

CP - Symmetrie - Verletzung in Mesonzerfällen

2. März 2009, Ueli Straumann, Universität Zürich

Dieses Skriptum orientiert sich am Uebersichtsartikel über CP - Verletzung der “particle data group” von Y. Nir und D. Kirkby (September 2007, <http://pdg.web.cern.ch/pdg/2007/reviews/cpviolrpp.pdf>). Der Beschreibung des Kaon - Systems liegt das Buch von Abraham Seiden: “Particle Physics”, Chapter 9, zu Grunde.

Es sei auch die Originalliteratur zur CP Verletzung im B System empfohlen. Zum Beispiel Dunietz und Rosner, Phys. Rev. D34, 1404 (1986).

Inhaltsverzeichnis

1	Diskrete Symmetrieen	1
2	Mischung und Oszillation	2
3	Klassifizierung der CP - verletzenden Prozesse	5
3.1	Phasen	6
3.2	Type I: CP violation in decay	6
3.2.1	<i>Beispiel: Das $B \rightarrow K\pi$ puzzle</i>	7
3.3	Type II: CP violation in mixing	7
3.3.1	<i>Beispiel: Messung von $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ mit CPLEAR</i>	8
3.4	Type III: CP violation in interference between mixing and decay	11
3.5	Direkte und indirekte CP Verletzung	12
4	Interpretation im KM - Mechanismus	13
4.1	CKM Matrix	13
4.2	Wolfenstein Parametrisierung	13
4.3	CP Verletzung im B - Meson System	15
4.3.1	<i>Beispiel $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S$ und das BELLE Experiment</i>	15
4.3.2	<i>Pinguine und das ΔS Puzzle</i>	17
4.3.3	<i>B_s Mesonen und LHCb</i>	18

1 Diskrete Symmetrieen

Die in der Teilchenphysik relevanten diskreten Symmetrieen sind die Raumspiegelung P, die Zeitumkehr T und die Charge Conjugation C:

$$P : x_i \rightarrow -x_i \quad T : t \rightarrow -t \quad C : q \rightarrow -q \quad (1)$$

Genauer kehrt C alle Vorzeichen der internen Quantenzahlen um, also neben der elektrischen Ladung auch die fuer die schwache und starke Wechselwirkung relevanten Grössen wie zum Beispiel Isospin und schwacher Isospin).

Die Gravitation, elektromagnetische und starke Wechselwirkungen sind nach heutigem Wissenstand symmetrisch für jede einzelne Transformation C, P und T.

Die schwache Wechselwirkung verletzt bekanntlich P maximal, hingegen ist die Kombination von CP auch unter der schwachen Wechselwirkung *fast* symmetrisch.

Beispiel: Der Zerfall des W Bosons $W^+ \rightarrow e_R^+ \nu_L$ ist ein erlaubter Prozess. Die CP Transformation macht daraus $W^- \rightarrow e_L^- \bar{\nu}_R$, mit genau den gleichen Eigenschaften. CP ist hier vollständig erhalten. Hingegen erzeugen separate C oder P Transformation aus diesem Prozess solche W Zerfälle bei denen Neutrinos und Elektronen mit falscher Helizität entstehen. Diese Prozesse existieren nicht.

2 Mischung und Oszillation

Wenn ein Paar neutraler Zustände existiert, mit ähnlichen Eigenschaften, so können diese zu neuen Zuständen zusammenmischen. Solche Mischungen gibt es zum Beispiel bei gewissen Energiezuständen des Wasserstoffatoms im Magnetfeld, wenn die Energieeigenwerte ähnlich werden.

Sei M^0 ein Meson, z.B. ein $B_d^0 = (\bar{b}d)$. Sei $|\bar{M}^0\rangle = CP|M^0\rangle$, der mit CP Transformation erzeugte Anti-Flavourzustand (CP conjugate), z.B. $\bar{B}_d^0 = (b\bar{d})$.

Andere Beispiele sind $D = (\bar{c}u)$, $B_s = (\bar{b}s)$ und $K^0 = (\bar{s}, d)$. Die neutralen Mesonen der ersten Generation, z.B. $\pi^0 = (\bar{u}u + \bar{d}d)/\sqrt{2}$, sind ihre eigenen Antiteilchen, und oszillieren deshalb nicht.

Wir möchten nun wissen, wie die Energie-(Massen-)eigenzustände lauten. Man schreibt den Hamiltonian \mathbf{H} als Summe zweier 2x2 Matrizen: \mathbf{M} : Massenmatrix und $\mathbf{\Gamma}$: Zerfallsrate, die auf die Flavoureigenzustände (M^0, \bar{M}^0) operieren.

$$\mathbf{H} = \mathbf{M} - \frac{i}{2} \mathbf{\Gamma} \quad (2)$$

Unter der Annahme von CPT Symmetrie sind die Massen und Zerfallsraten von Teilchen und Antiteilchen gleich. Das heisst die beiden Hauptdiagonalelemente sind gleich und reell.

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{12}^* & \mathbf{M}_{11} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Analoges gilt fuer $\mathbf{\Gamma}$.

Wie wir sehen werden, ist die CP Transformation eine Symmetrie für \mathbf{H} , falls die Offdiagonalelemente reell sind. Falls sogar $\mathbf{M}_{12} = \mathbf{0}$ gibt es auch keine Mischung.

Die Eigenvektoren von \mathbf{H} haben wohldefinierte Massen und Zerfallsraten, ihre Komponenten bezeichnen wir mit M_H und M_L mit Massen m_H und m_L , wobei nach Definition m_H die höhere Masse sei. Zur Bestimmung der Eigenvektoren muss das Eigenwertproblem gelöst werden.

Um den Masseneigenzustand in Relation zu den Flavoureigenzuständen zu setzen, führen wir zwei komplexe Zahlen p, q ein, sodass

$$|M_L\rangle = p \cdot |M^0\rangle + q \cdot |\overline{M}^0\rangle \quad (4)$$

$$|M_H\rangle = p \cdot |M^0\rangle - q \cdot |\overline{M}^0\rangle \quad (5)$$

mit der Normierung

$$|p|^2 + |q|^2 = 1 \quad (6)$$

Die Lösung des Eigenwertproblems ergibt Eigenvektoren, die zu

$$\left(\frac{q}{p}\right)^2 = \frac{\mathbf{M}_{12}^* - (\mathbf{i}/2)\mathbf{\Gamma}_{12}^*}{\mathbf{M}_{12} - (\mathbf{i}/2)\mathbf{\Gamma}_{12}} \quad (7)$$

führen. Die Eigenwerte werden

$$m_L = \mathbf{M}_{11} + \Re(\sqrt{(\mathbf{M}_{12} - (\mathbf{i}/2)\mathbf{\Gamma}_{12}) \cdot (\mathbf{M}_{12}^* - (\mathbf{i}/2)\mathbf{\Gamma}_{12}^*)}) \quad (8)$$

$$m_H = \mathbf{M}_{11} - \Re(\sqrt{(\mathbf{M}_{12} - (\mathbf{i}/2)\mathbf{\Gamma}_{12}) \cdot (\mathbf{M}_{12}^* - (\mathbf{i}/2)\mathbf{\Gamma}_{12}^*)}) \quad (9)$$

$$\Gamma_L = \mathbf{\Gamma}_{11} - 2\Im(\sqrt{(\mathbf{M}_{12} - (\mathbf{i}/2)\mathbf{\Gamma}_{12}) \cdot (\mathbf{M}_{12}^* - (\mathbf{i}/2)\mathbf{\Gamma}_{12}^*)}) \quad (10)$$

$$\Gamma_H = \mathbf{\Gamma}_{11} + 2\Im(\sqrt{(\mathbf{M}_{12} - (\mathbf{i}/2)\mathbf{\Gamma}_{12}) \cdot (\mathbf{M}_{12}^* - (\mathbf{i}/2)\mathbf{\Gamma}_{12}^*)}) \quad (11)$$

Nur falls CP eine Symmetrie ist für \mathbf{H} , sind auch die Offdiagonalelemente gleich, und es wird $|q/p| = 1$. Jetzt sind die Masseneigenzustände orthogonal. $|M_H\rangle$ und $|M_L\rangle$ sind jetzt Eigenzustände der CP Symmetrie. Wie man aus (4) und (5) sieht, wird der Eigenwert für $|M_L\rangle +1$, und derjenige fuer $|M_H\rangle -1$. Die Eigenwerte der Massen und Zerfallsbreiten vereinfachen sich erheblich.

Im Kaon - System verwendet man für die Bezeichnung der Masseneigenzustände K_L und K_S , entsprechend der etwa 500 mal längeren Lebensdauer des K_L . K_L ist experimentell der schwerere Zustand.

Die Zerfallsraten heissen entsprechend Γ_L und Γ_H mit

$$\Delta\Gamma = \Gamma_H - \Gamma_L \quad (12)$$

(manchmal auch mit umgekehrten Vorzeichen definiert). $\Delta\Gamma$ ist bisher experimentell erst im Kaon - System eindeutig bestimmt.

Die Ausbreitung und der Zerfall eines Teilchens in der Raum-Zeit wird durch die Energieeigenzustände bestimmt. Im Ruhesystem des Teilchens wird sich der Zustand zur Zeit $t = 0$, $|M_H(0)\rangle$ bzw. $|M_L(0)\rangle$, mit der Zeit entwickeln:

$$|M_H(t)\rangle = e^{-im_H t - \Gamma_H t/2} |M_H(0)\rangle \quad (13)$$

$$|M_L(t)\rangle = e^{-im_L t - \Gamma_L t/2} |M_L(0)\rangle \quad (14)$$

Im experimentellen Kontext präpariert man sich einen in der Flavour wohldefinierten Anfangszustand (tagged initial state). Zum Beispiel: Ein gemeinsam erzeugtes ($b\bar{b}$) Paar hadronisiert in ein (B^0, B^+) Paar. Wenn man das B^+ durch seine Zerfallsprodukte identifizieren kann,

dann weiss man dass zur Zeit $t = 0$ das neutrale B-Meson ein \bar{B}_d^0 gewesen sein muss. Wie entwickelt sich dieses B-Meson im Laufe der Zeit?

Da die beiden Masseneigenzustände leicht verschiedene deBroglie Wellenlänge haben, gibt es Interferenzen, die Intensität der beiden Zustände oszilliert. Sei $|M(t = 0)\rangle = |\bar{M}^0\rangle$. Dann folgt aus (4) und (5)

$$|M(t = 0)\rangle = |\bar{M}^0\rangle = \frac{1}{2q} (|M_L\rangle - |M_H\rangle) \quad (15)$$

und nach einer Zeit t :

$$|M(t)\rangle = \frac{1}{2q} (|M_L(t)\rangle - |M_H(t)\rangle) \quad (16)$$

Darin setzen wir (13) und (14) ein. Für die Wahrscheinlichkeit, zur Zeit t den Zustand \bar{M}^0 noch anzutreffen, müssen wir das Betragsquadrat der Projektion ausrechnen ($\Gamma = 1/2(\Gamma_H + \Gamma_L)$):

$$|\langle \bar{M}^0 | M(t) \rangle|^2 = \frac{1}{4} (e^{-\Gamma_H t} + e^{-\Gamma_L t} + 2 e^{-\Gamma t} \cos(\Delta m t)) \quad (17)$$

Ebenso für die Wahrscheinlichkeit, den anderen Zustand zu finden:

$$|\langle M^0 | M(t) \rangle|^2 = \frac{1}{4} \left| \frac{p}{q} \right|^2 (e^{-\Gamma_H t} + e^{-\Gamma_L t} - 2 e^{-\Gamma t} \cos(\Delta m t)) \quad (18)$$

Man sieht also die Zustände oszillierend zwischen den beiden Flavoureigenzuständen.

Diese Ueberlegungen beziehen sich auf das Ruhesystem des Mesons, man muss also die im Labor beobachtete Zerfallslänge ins c.o.m. System umrechnen, wenn man nicht monoenergetische Mesonen zur Verfügung hat. Dafür muss man nicht nur Entstehungs- und Zerfallsort des Mesons kennen, sondern auch dessen Impuls oder Energie und Masse, was bei der Planung eines Experimentes wichtig ist.

Man kann die Oszillation nur erkennen, wenn Δm nicht zu klein ist, gegenüber Γ . Bei den K und B_d ist das der Fall. Bei den B_s ist sogar $\Delta m \gg \Gamma$, sodass wir mehrere Oszillationen pro Lebensdauer messen können sollten. Man definiert oft den mixing parameter $x = \Delta m/\Gamma$ und $y = \Delta\Gamma/2\Gamma$. Die folgende Tabelle gibt die charakteristischen Werte für die Oszillation von neutralen Mesonen (particle data group).

	m [MeV]	Δm [10^{-10} MeV]	$c\tau = \frac{1}{\Gamma}$ [mm]	$x = \frac{\Delta m}{\Gamma}$
K^0 $\bar{s}d$	498	0.034	26.8, 15300	0.474
D^0 $\bar{c}u$	1865	0.13	0.123	≈ 0.01
B_d $\bar{b}d$	5280	3.34	0.459	0.78
B_s $\bar{b}s$	5366	117	0.441	26

Im K^0 Meson system unterschieden sich die Lebensdauern der beiden Masseneigenzustände sehr stark. Das liegt daran, dass der Zustand mit $CP=-1$ nur in drei Pionen zerfallen kann. In allen anderen Fällen sind die beiden Lebensdauer fast identisch.

Im D - Meson system ($D^0 = (\bar{c}u)$) wurde in 2007 erstmals eine Evidenz einer sehr langsamen Oszillation publiziert (Babar, hep-ex/0703020), x liegt dabei im 1% Bereich.

Etwas speziell ist die Situation bei den e^+e^- factories: Hier werden die zwei neutralen Mesonen kohärent aus einem Vektormeson erzeugt, z.B. $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4s) \rightarrow B^0\bar{B}^0$ oder $e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow K^0\bar{K}^0$. Da nun beide neutralen Mesonen gleichberechtigt oszillieren, aber kohärent erzeugt wurden, "weiss" das zweite Teilchen erst was es sein muss, wenn das erste durch seinen Zerfall identifiziert ist (EPR - Effekt). Deshalb ist als Zeit nun $t = t_1 - t_2$ zu nehmen.

Am Hadroncollider (LHCb) werden die b quarks zwar kohärent erzeugt, sie picken sich aber unabhängig voneinander ein leichtes Quark auf, um zum Meson zu werden. Die Erzeugung der neutralen Mesonpaare ist deshalb inkohärent. Darum ist für die Oszillation immer die Zeit seit der Kollision relevant.

Neutrinos oszillieren auch, von einer Generation zur anderen, wie vor einigen Jahren mit Hilfe der in der Sonne generierten und auf der Erde beobachteten Elektronen-Neutrinos entdeckt wurde. Daraus folgt sofort, dass es eine Massendifferenz gibt, und dass somit die Masse der Neutrinos nicht null sein kann.

Die absolute Masse der Neutrinos kennen wir allerdings nicht. Deshalb können wir auch nicht die experimentell beobachtete Zerfallszeit in das c.o.m. System umrechnen, wie wir das bei den neutralen Mesonen tun, um die Formel (17) zu interpretieren. Da aber für die Neutrinos $\Gamma \ll \Delta m$ und $\gamma = E/m \gg 1$ gilt, kann man die Phase von $e^{-i(Et-pL)}$ entwickeln mit $E = \sqrt{p^2 + m^2} \approx p(1 + \frac{1}{2} \frac{m^2}{p^2})$. Damit wird $Et - pL = \frac{m^2 L}{2E}$ und die Oszillation in Formel (17) wird proportional zu

$$\sin^2\left(\frac{\Delta(m^2) \cdot L}{2 E}\right) \quad (19)$$

Man kann also in diesem Fall die Oszillation auch im Laborsystem beobachten, mit der Oszillationslänge L .

Im Gegensatz dazu oszillieren Neutron-Antineutronen offenbar nicht, jedenfalls gibt es dafür keine experimentelle Evidenz.

Es besteht natürlich der Anspruch, auch den physikalischen Prozess zu verstehen, der ein neutrales Teilchen in sein Antiteilchen überführen kann. Im Standardmodell können Mesonen durch Boxdiagramme in Antimesonen übergeführt werden (siehe Abschnitt 4.3). Im Falle der Neutrinos ist die Wechselwirkung, die die Oszillation ermöglicht, nicht bekannt. Im Falle der Neutronen müsste die Baryonzahl verletzt werden, was wohl nur im Rahmen von GUT möglich ist. Ein Experiment zur Suche nach Neutronen-Antineutronen Oszillationen hätte deshalb ähnliche Bedeutung, wie ein solches zum Protonzerfall.

3 Klassifizierung der CP - verletzenden Prozesse

Sei M ein geladenes oder ungeladenes Meson, das in einen Endzustand f (bestehend aus mehreren Teilchen) zerfällt. \bar{M} und \bar{f} seien die CP transformierten Zustände dazu. Dann gibt es vier Uebergangsamplituden:

$$A_f : M \rightarrow f \quad \bar{A}_f : \bar{M} \rightarrow \bar{f} \quad A_{\bar{f}} : M \rightarrow \bar{f} \quad \bar{A}_{\bar{f}} : \bar{M} \rightarrow f \quad (20)$$

Falls CP erhalten ist, gilt $A_f = \bar{A}_{\bar{f}}$.

3.1 Phasen

Die A_f und die $\bar{A}_{\bar{f}}$ sind komplexe Zahlen. Deren Phasen haben zwei Beiträge:

Unter schwacher Phase (“weak phase”) versteht man solche, deren Vorzeichen in den beiden Fällen verschieden ist, wie das im Standard-Modell bei der W^\pm Kopplung an die Quarks der Fall ist. Die Phase eines einzelnen Beitrages hängt von Konventionen ab, die Differenz zwischen zwei unterschiedlichen Beiträgen zu A_f ist aber eindeutig bestimmt.

Unter starker Phase (“strong phase”) versteht man solche, die in Prozessen vorkommen, die CP - symmetrisch sind, und demnach in A_f und $\bar{A}_{\bar{f}}$ den gleichen Wert haben. Sie entstehen meistens durch Zwischenzustände der starken Wechselwirkung im Zerfallsprozess. Auch hier sind nur die Differenzen von Phasen physikalisch relevant.

Man beschreibt die Komponenten der Amplituden A_f demnach mit drei Zahlen, dem Betrag $|a_i|$, der schwachen Phase ϕ_i und der starken Phase δ_i . Hat zum Beispiel A_f zwei Komponenten, so wird

$$A_f = |a_1| e^{i(\delta_1 + \phi_1)} + |a_2| e^{i(\delta_2 + \phi_2)} \quad (21)$$

Die CP konjugierte Amplitude wird dann

$$\bar{A}_{\bar{f}} = |a_1| e^{i(\delta_1 - \phi_1)} + |a_2| e^{i(\delta_2 - \phi_2)} \quad (22)$$

Die Phasen der Nebendiagonalelemente der Zerfallsmatrix eines neutralen Mesonzerfalls bezeichnet man mit:

$$\mathbf{M}_{12} = |\mathbf{M}_{12}| e^{i\phi_M} \quad \mathbf{\Gamma}_{12} = |\mathbf{\Gamma}_{12}| e^{i\phi_\Gamma} \quad (23)$$

Wir klassifizieren CP - verletzenden Prozesse wie folgt in drei verschiedene Typen.

3.2 Type I: CP violation in decay

ist definiert durch

$$|A_f/\bar{A}_{\bar{f}}| \neq 1 \quad (24)$$

Für geladene Mesonen ist das die einzige Möglichkeit, CP Verletzung zu beobachten. Man definiert die CP Asymmetrie als

$$\mathcal{A} = \frac{\Gamma(M \rightarrow f) - \Gamma(\bar{M} \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(M \rightarrow f) + \Gamma(\bar{M} \rightarrow \bar{f})} \quad (25)$$

Setzen wir die Definitionen von (21) und (22) ein, erhalten wir für den Fall von 2 Komponenten im Zerfall:

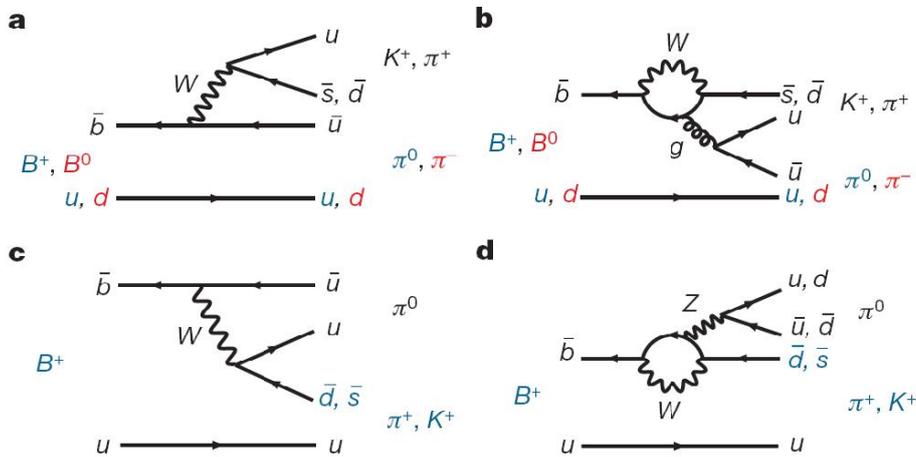
$$\mathcal{A} = - \frac{2 |a_1 a_2| \sin(\delta_2 - \delta_1) \sin(\phi_2 - \phi_1)}{|a_1|^2 + |a_2|^2 + 2 |a_1 a_2| \cos(\delta_2 - \delta_1) \cos(\phi_2 - \phi_1)} \quad (26)$$

Um aus der gemessenen Asymmetrie \mathcal{A} die CP verletzende schwache Phasendifferenz $\phi_2 - \phi_1$ zu extrahieren, müssen also die Beträge $|a_i|$ und die starken Phasendifferenzen $\delta_2 - \delta_1$ bekannt sein. Beide hängen von nicht durch Störungsrechnung zugänglichen hadronischen Parametern ab, welche schwierig zu berechnen sind.

3.2.1 Beispiel: Das $B \rightarrow K\pi$ puzzle

Das BELLE Experiment hat eine geringe CP-Asymmetrie von $\mathcal{A} = 0.07 \pm 0.03 \pm 0.01$ im Zerfall $B^+ \rightarrow K^+\pi^0$ feststellen können. Im Gegensatz dazu wurde überraschenderweise im Zerfall $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$ eine CP-Asymmetrie von $\mathcal{A} = -0.094 \pm 0.018 \pm 0.008$, also mit umgekehrtem Vorzeichen, beobachtet [Nature 452, page 332 (2008)]. Die Differenz entspricht einer statistischen Signifikanz von 4.4σ . Wegen der obigen Phasenargumentation können wir zwar aus den einzelnen Werten nicht viel lernen. Die Tatsache aber, dass sich die beiden bis auf das “spectator quark” (u bzw. d) identischen Prozesse so unterschiedliche CP Asymmetrie zeigen, nennt man das “ $K\pi$ puzzle”. Es deutet auf einen möglichen Einfluss von unbekanntem Effekten hin.

Die folgenden Diagramme zeigen die Beiträge:



Dabei stellen (a) (der “colour allowed tree” Beitrag) und (b) (der “strong penguin” Beitrag, dominiert durch top im loop) die beiden ungefähr gleich starken Hauptanteile der Amplitude dar. Da die Diagramme für B^+ und B^0 gleich sind, erwarten wir auch die gleiche CP Verletzung, im Widerspruch zur experimentellen Messung.

Der Prozess (c) (“colour suppressed internal tree”) könnte mehr als erwartet, zum Prozess $B^+ \rightarrow K^+\pi^0$ beitragen. Theoretisch ist die notwendige Verstärkung aber nicht leicht zu erklären. Eine weitere Möglichkeit wäre, dass neue Physik den “electroweak penguin” (d) verstärkt und CP - Verletzung einbringt.

Zweifelloos wird das Studium von den entsprechenden B_s Zerfällen bei LHCb weitere Informationen beitragen.

3.3 Type II: CP violation in mixing

ist definiert durch

$$|q/p| \neq 1 \tag{27}$$

Das heisst die Masseneigenzustände sind nicht gleich der CP Eigenzustände.

Beispiele dafür sind der erste Entdeckung der CP Verletzung im Zerfall $K_L \rightarrow \pi\pi$ in 1964 oder die semileptonischen Zerfälle (also solche die Leptonen und Hadronen im Endzustand haben).

Neutrale Pionen haben ein CP Eigenwert von -1 ($J^{PC} = 0^{-+}$), und Paare von ungleich geladenen Pionen (Boson - Antibosonpaar) ein solcher von +1 ($(-1)^L \cdot (-1)^L$). Normalerweise zerfällt $K_L^0 \rightarrow 3\pi$, man würde also annehmen, dass K_L^0 ein CP Eigenzustand mit Eigenwert -1 sei:

$$K_L = \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \quad \text{keine CP Verletzung} \quad (28)$$

Selten zerfällt K_L^0 aber auch in 2 Pionen, und zwar $\pi^0\pi^0$ oder $\pi^+\pi^-$. K_L^0 ist also kein Eigenzustand von CP, vielmehr gibt es eine Mischung wie in (5). Historisch wurde die (kleine) Beimischung des "falschen" Zustandes mit ϵ bezeichnet, die Umrechnung lautet:

$$p = \frac{1 + \epsilon}{\sqrt{2}} \quad q = \frac{1 - \epsilon}{\sqrt{2}} \quad (29)$$

Die relative Amplitude des CP verletzenden Anteils wird mit

$$\eta_{+-} = \frac{A_{K_L \rightarrow \pi^+\pi^-}}{A_{K_S \rightarrow \pi^+\pi^-}} \quad \eta_{+-} = |\eta_{+-}| e^{i\phi_{+-}} \quad (30)$$

bezeichnet, der Welt-Mittelwert (2007) beträgt

$$|\eta_{+-}| = (2.233 \pm 0.010) \times 10^{-3} \quad \phi_{+-} = (43.52 \pm 0.06)^\circ \quad (31)$$

Die Zahlen des Kaonsystem erlauben in guter Näherung $\eta_{+-} = \epsilon$ zu verwenden.

Wir gehen analog zu (15) und folgende vor. Sei der getagte Anfangszustand ein K^0 . Dann gilt

$$|K(t=0)\rangle = |K^0\rangle = \frac{1}{2p} (|K_S^0\rangle + |K_L^0\rangle) \quad (32)$$

K_S^0 und K_L^0 entwickeln sich als Masseneigenzustände im Laufe der Zeit. Die Amplitude für den Zerfall unseres Zustandes in ein $\pi^+\pi^-$ setzt sich aus dem K_S^0 und dem K_L^0 zusammen. Es wird also

$$A_{K(t) \rightarrow \pi^+\pi^-} = \frac{1}{2p} A_{K_S \rightarrow \pi^+\pi^-} \cdot (e^{-(im_S + \frac{\Gamma_S}{2})t} + \eta_{+-} e^{-(im_L + \frac{\Gamma_L}{2})t}) \quad (33)$$

Die Intensität erhält man aus dem Betragsquadrat davon:

$$I_{\pi^+\pi^-}(t) = I_0 (e^{-\Gamma_S t} + |\eta_{+-}|^2 e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-(\Gamma_S + \Gamma_L)t/2} |\eta_{+-}| \cos(\Delta m_K t - \phi_{+-})) \quad (34)$$

Startet man von \bar{K}^0 dann ändert sich das Vorzeichen vor dem letzten Term. Die CP-Asymmetrie $\mathcal{A}_{+-}(t)$ wird als Differenz der beiden Intensitäten geteilt durch die Summe angegeben.

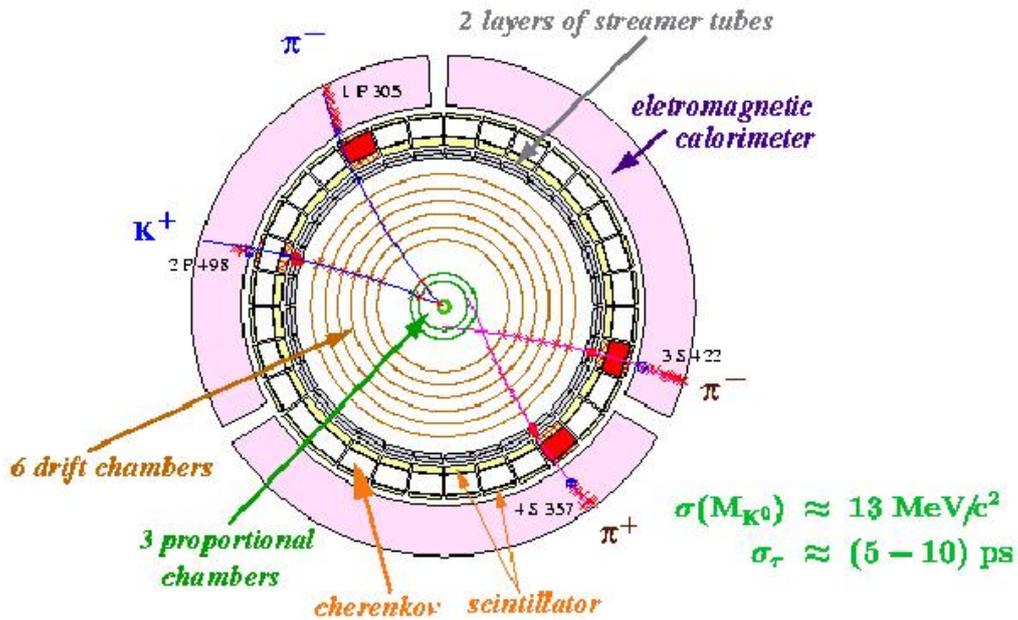
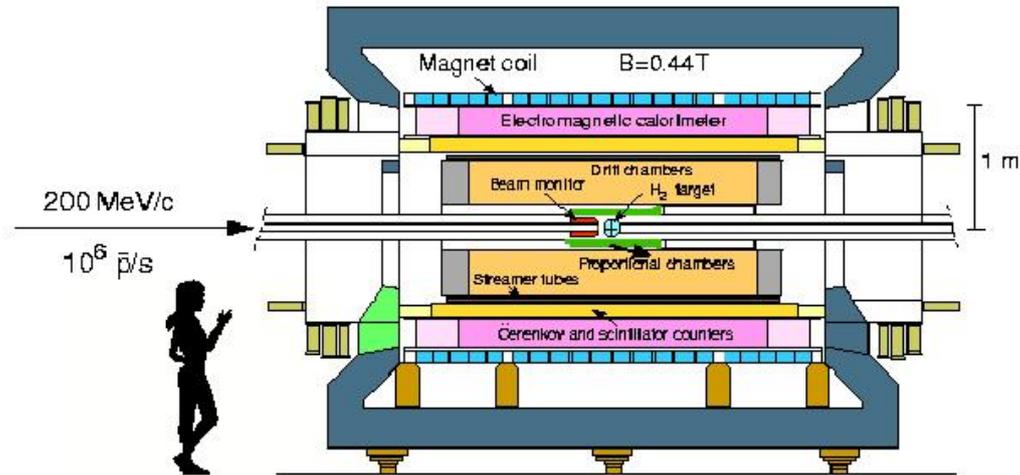
3.3.1 Beispiel: Messung von $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ mit CPLEAR

CPLEAR (in den 1980er Jahren am CERN) ist ein neueres Experiment an dem der Zerfall $K^0 \rightarrow \pi\pi$ mit hoher Genauigkeit untersucht wurde. Es werden Antiprotonen in Wasserstoff gestoppt, sodass die Reaktion

$$\bar{p}p \rightarrow \pi^+ K^- K^0 \quad (35)$$

oder mit umgekehrtem Vorzeichen gemessen wird. Aus dem Vorzeichen des geladenen Kaons weiss man, ob ein K^0 oder ein \bar{K}^0 erzeugt wurde.

The CPLEAR Detector

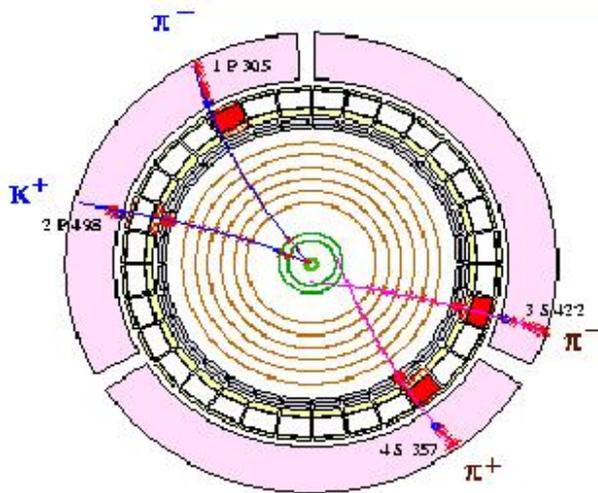


Besondere Sorgfalt muss auf die Teilchenidentifizierung gelegt werden. Man muss aufpassen, dass man die geladenen Kaonen und Pionen nicht verwechselt.

Eines der Probleme war, dass K^+ und K^- nicht mit der gleichen Effizienz gemessen werden, da K^- stärker durch das Detektormaterial absorbiert werden.

Es wird die Rate $I_{\pi^+\pi^-}(t)$ in Funktion der Zerfallszeit geplottet, separat für K^0 und \bar{K}^0 .

Analysis of $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$



initial state well known:

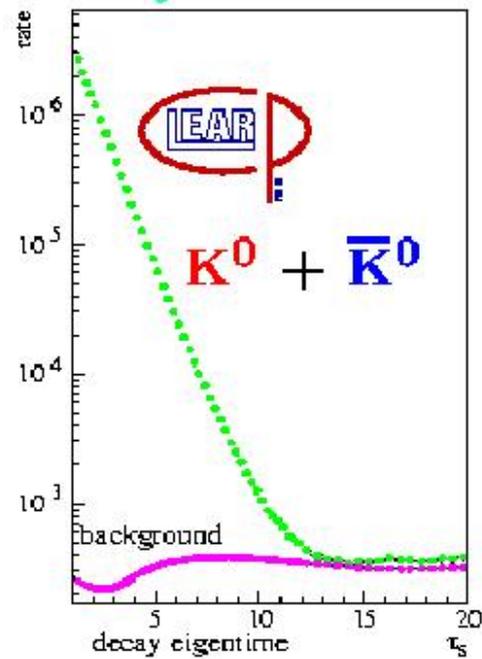
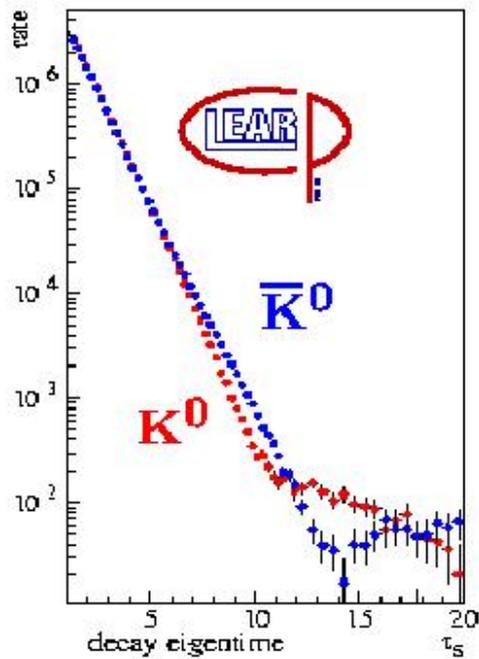
$$\vec{p} = \vec{0}$$

$$E = 2 \times M_P$$

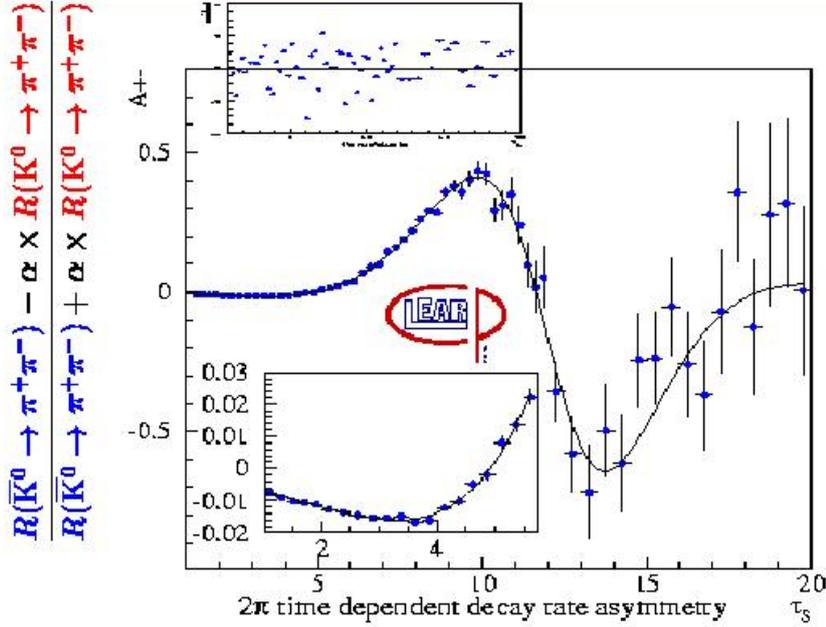
⇒ use constraint fits:

- ✦ improves momentum resolution
- ✦ reduces background

acceptance and background corrected
neutral kaon decay rates



Time dependent decay rate asymmetry



$$A_{+-}(\tau) = - \frac{2|\eta_{+-}| e^{\frac{1}{2}(\frac{1}{\tau_S} - \frac{1}{\tau_L})\tau} \cos(\Delta m \cdot \tau - \varphi_{+-})}{1 + |\eta_{+-}|^2 e^{(\frac{1}{\tau_S} - \frac{1}{\tau_L})\tau}}$$

$$|\eta_{+-}| = (2.264 \pm 0.023_{\text{stat.}} \pm 0.026_{\text{sys.}} \pm 0.007_{\tau_S}) \times 10^{-3}$$

$$\varphi_{+-} = 43.19^\circ \pm 0.53^\circ_{\text{stat.}} \pm 0.28^\circ_{\text{sys.}} \pm 0.42^\circ_{\Delta m}$$

with $\Delta m = (530.1 \pm 1.4) \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ PDG '98

3.4 Type III: CP violation in interference between mixing and decay

Dieser Fall kann dann auftreten, wenn M^0 und \bar{M}^0 einen gemeinsamen Endzustand f haben. Es gibt Interferenz zwischen dem Prozess $M^0 \rightarrow f$ und dem oszillierten Prozess $M^0 \rightarrow \bar{M}^0 \rightarrow f$. Man misst auch den CP transformierten Prozess und bestimmt die CP Asymmetrie als:

$$A_{f_{CP}}(t) = \frac{\frac{d}{dt}(\bar{M}(t) \rightarrow f_{CP}) - \frac{d}{dt}(M(t) \rightarrow f_{CP})}{\frac{d}{dt}(\bar{M}(t) \rightarrow f_{CP}) + \frac{d}{dt}(M(t) \rightarrow f_{CP})} \quad (36)$$

Diese CP Asymmetrie ist also eine Funktion der Lebenszeit des Mesons ("time dependant asymmetry"). Wenn man t nicht messen kann, kann man auch die Asymmetrie über die Zeit integrieren, und erhält meistens trotzdem ein von null verschiedener Wert ("time integrated asymmetry").

Für die CP Verletzung relevant sind nun sowohl die Mischungsparameter der neutralen Me-

sonen q/p , als auch das Verhältnis der Zerfallsamplituden \bar{A}_f/A_f . Man definiert

$$\lambda_f = \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_f}{A_f} \quad (37)$$

und stellt fest, dass genau dann diese Form von CP Verletzung auftritt, wenn

$$\Im(\lambda_f) \neq 0 \quad (38)$$

Nimmt man speziell an, dass es nur einen Beitrag zum Zerfall gibt, wird (21) zu

$$A_f = |a_f| e^{i(\delta_f + \phi_f)} \quad (39)$$

Gilt zusätzlich die Näherung $|\mathbf{\Gamma}_{12}| \ll |\mathbf{M}_{12}|$ wird

$$\frac{q}{p} = e^{i\phi_M} \quad |\lambda_f| = 1 \quad \Im(\lambda_f) = \eta_f \sin(\phi_M + 2\phi_f) \quad (40)$$

wo $\eta_f = \pm 1$ der CP Eigenwert des Endzustandes f ist. Die CP - Asymmetrie erhält man durch Einsetzen der Oszillation (18) und der Amplituden (20) in (36)

$$\mathcal{A}_{f_{CP}}(t) = \Im(\lambda_f) \sin(\Delta m t) \quad (41)$$

Berühmtestes Beispiel für diesen Fall ist $B_d \rightarrow J/\psi K_s^0$. Es erlaubt die weak phase ohne hadronische Komplikationen direkt zu messen.

Es gibt viele andere CP verletzende Prozesse, die von diesem Typ sind.

3.5 Direkte und indirekte CP Verletzung

Eine weitere Unterteilung der CP verletzenden Effekte bezieht sich darauf, ob sie allein auf der schwachen Mischphase ϕ_M beruhen oder nicht:

“Indirect CP violation” ist dadurch definiert, dass die Asymmetrie konsistent ist mit $\phi_M \neq 0$ mit gleichzeitiger Annahme aller anderen CP verletzenden Phasen als null.

“Direct CP violation” hat man sonst, das heisst, wenn es noch weitere CP verletzende Phasen geben muss, ausser ϕ_M .

Offensichtlich ist “CP violation in decay (type I)” immer direkte CP Verletzung. Type II ist offensichtlich immer indirekt.

Type III kann dann direkte CP Verletzung darstellen, wenn man als Endzustand zwei verschiedene Eigenzustände f_1 und f_2 betrachtet, die verschiedene Asymmetrien ergeben, also wenn $\Im(\lambda_{f_1}) \eta_{f_1} \neq \Im(\lambda_{f_2}) \eta_{f_2}$. Dann reicht ϕ_M in (40) nicht aus, um das zu erklären, damit ist die CP Verletzung direkt. Ein Beispiel dafür ist der Vergleich der Amplituden für $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-$ und $K_L \rightarrow \pi^0\pi^0$. Sie unterscheiden sich um etwa 0.5%. Man definiert $\epsilon' = 1/3(\eta_{+-} - \eta_{00}) \approx 2 \times 10^{-3} \cdot \epsilon$. Dies stellte die erste Messung von direkter CP - Symmetrieverletzung dar.

Erst diese Beobachtung von direkter CP - Symmetrieverletzung ermöglichte eine Klasse von Theorien, die sogenannten “superweak models”, auszuschliessen.

4 Interpretation im KM - Mechanismus

Im Standardmodell ist nur die Cabbibo-Kobayashi-Maskawa Matrix CP - verletzend.

In der starken Wechselwirkung sind keine CP verletzenden Phasen bekannt. Die genaueste Grenze stammt vom experimentell nicht beobachteten elektrischen Dipolmomentes des Neutrons. Wieso das so ist, ist nicht klar, man nennt das das "the strong CP problem". Es spielt aber für unsere Diskussion keine Rolle.

4.1 CKM Matrix

Die CKM Matrix beschreibt die Kopplungskonstanten der W^\pm - Bosonen an die Quarks. Entsprechend den drei Generationen von Quarks handelt es sich um eine 3x3 Matrix. Zum Beispiel ist V_{ub} die Kopplungskonstante für den Prozess $\bar{u}bW$. Die Kopplung der schwachen Wechselwirkung an die Quarks ändert immer deren Ladung um 1, "flavour changing neutral currents" wurden bisher nicht in direkter Kopplung beobachtet.

Die CKM Matrix lautet

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

Sie ist unitär. Es gibt 12 Unitaritätsrelationen $(VV^\dagger)_{ij} = (V^\dagger V)_{ij} = \delta_{ij}$. Davon sind 6 Gleichungen mit $i \neq j$, die als Dreiecke in der komplexen Ebene dargestellt werden können. Zwei dieser Dreiecke, nämlich

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (42)$$

$$V_{tb}V_{ub}^* + V_{ts}V_{us}^* + V_{td}V_{ud}^* = 0 \quad (43)$$

haben Komponenten, die alle drei in der gleichen Grössenordnung sind, und somit nicht triviale innere Winkel haben.

4.2 Wolfenstein Parametrisierung

Um eine unitäre 3x3 Matrix darzustellen, braucht man 3 reelle Zahlen und eine Phase.

Man beobachtet, dass die Kopplungen innerhalb der Generationen fast 1, diejenige zwischen Generation 1 und 2 etwa um $\lambda = 0.221$ unterdrückt, die zwischen Generation 2 und 3 fast um λ^2 und schliesslich diejenige zwischen Generation 1 und 3 etwa um λ^3 unterdrückt sind. Man wählt deshalb die vier Zahlen folgendermassen:

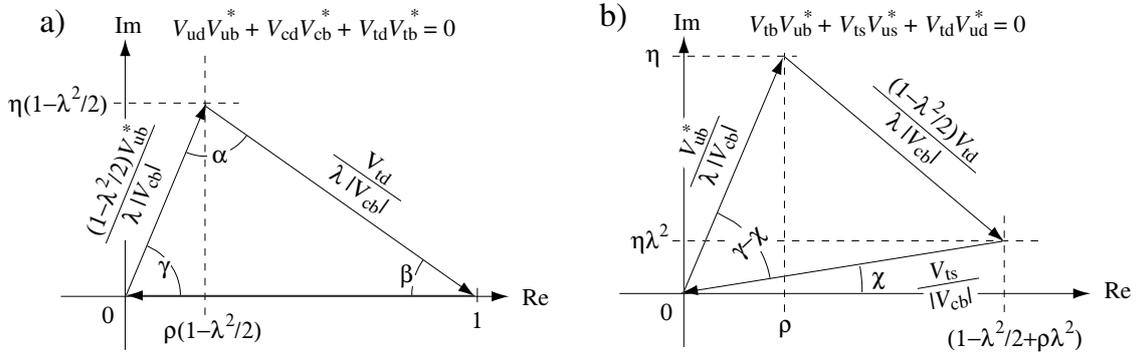
$$V_{CKM_0} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \quad (44)$$

Dies nennt man die Wolfensteinparametrisierung. η stellt also den CP - verletzenden Anteil dar, der hier vorerst nur in V_{td} und in V_{ub} vorkommt. Um die Unitaritätsbedingungen zu erfüllen, müssen noch weitere Terme höherer Ordnung eingefügt werden:

$$V_{CKM} = V_{CKM_0} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ A^2\lambda^5(1 - 2(\rho + i\eta))/2 & -\lambda^4(1 + 4A^2)/8 & 0 \\ A\lambda^5(\rho + i\eta)/2 & A\lambda^4(1/2 - \rho - i\eta) & -A^2\lambda^4/2 \end{pmatrix} \quad (45)$$

Man sieht, dass jetzt auch eine CP-verletzende Phase bei V_{ts} (und in kleinerem Masse bei V_{cd}) auftritt. Terme von $\mathcal{O}(\lambda^6)$ wurden hier vernachlässigt.

Die folgenden Darstellungen zeigen die beiden Dreiecke (42) und (43). Dabei sind sie beide auf $V_{cd}V_{cb}^* \approx A\lambda^3$ normiert worden.



Die inneren Winkel sind unter zwei verschiedenen Bezeichnungen bekannt:

$$\beta = \phi_1 \approx -\arg(V_{td}) \quad (46)$$

$$\gamma = \phi_3 \approx -\arg(V_{ub}) \quad (47)$$

$$\alpha = \phi_2 \quad (48)$$

$$\chi = \arg(V_{ts}) - \pi \quad (49)$$

Die Koordinaten der oberen Spitze von Dreieck (42) = a) werden auch mit den verallgemeinerten Wolfensteinparameter

$$\bar{\rho} = \rho \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \quad \bar{\eta} = \eta \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \quad (50)$$

bezeichnet.

Die Flächen aller sechs Dreiecke sind gleich, sie sind gleich der halben "Jarlskog - Variable" J_{CP} , die in der Parametrisierung (45) lautet:

$$J_{CP} = \lambda^6 A^2 \eta \quad (51)$$

Die Zahlenwerte der Wolfensteinparameter lauten (2006):

$$\lambda = 0.2272 \pm 0.0010 \quad (52)$$

$$A = 0.818^{+0.007}_{-0.017} \quad (53)$$

$$\bar{\rho} = 0.221^{+0.064}_{-0.028} \quad (54)$$

$$\bar{\eta} = 0.340^{+0.017}_{-0.045} \quad (55)$$

4.3 CP Verletzung im B - Meson System

Die semileptonischen Zerfälle zeigen keine signifikanten CP Asymmetrien (Type II). Mit einer Messgenauigkeit von etwa 0.3% wissen wir deshalb, dass im B System $|q/p| = 1$. Für die Analyse von Type III CP Asymmetrie im B System schreibt man deshalb:

$$\lambda_f = e^{-i\phi_{M(B)}} \frac{\bar{A}_f}{A_f} \quad (56)$$

wobei $\phi_{M(B)}$ also die Phase von \mathbf{M}_{12} darstellt. Im Standardmodell wird die Mischung durch ein Boxdiagramm erzeugt, das durch top dominiert ist, es kommen also die CKM Elemente V_{tb} und V_{td} vor, sodass $\phi_{M(B)} = 2\beta$ wird.

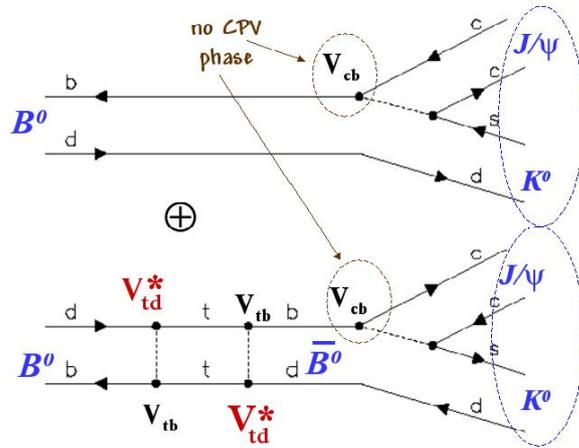
Setzt man in der Gleichung (36) die Uebergangsamplituden ein, nimmt an, dass $|q/p| = 1$ und ausserdem $\Delta\Gamma = 0$ ist, so erhält man

$$\mathcal{A}_f(t) = S_f \sin(\Delta mt) + C_f \cos(\Delta mt) \quad (57)$$

. mit

$$S_f = \frac{2\Im(\lambda_f)}{1 + |\lambda_f|^2} \quad C_f = \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2} \quad (58)$$

Im Beispiel $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S$ gibt es folgendes Mischung:



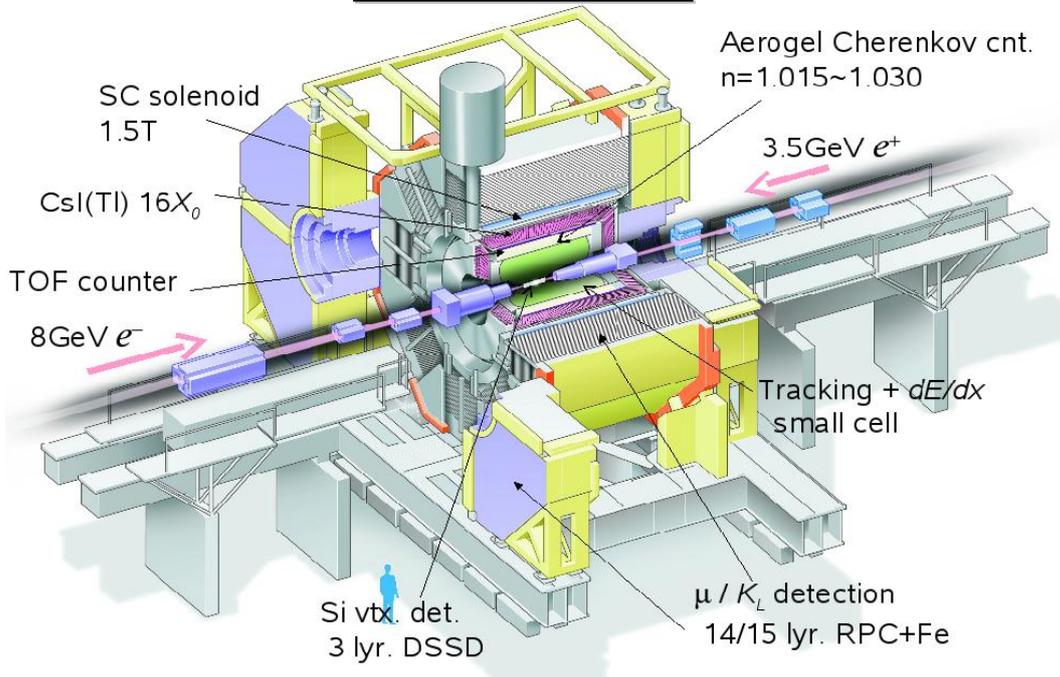
Das Standardmodell erwartet also

$$S_{J/\psi K_s} = \frac{2\Im(\lambda_f)}{1 + |\lambda_f|^2} = \sin(2\beta) \quad (59)$$

4.3.1 Beispiel $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S$ und das BELLE Experiment

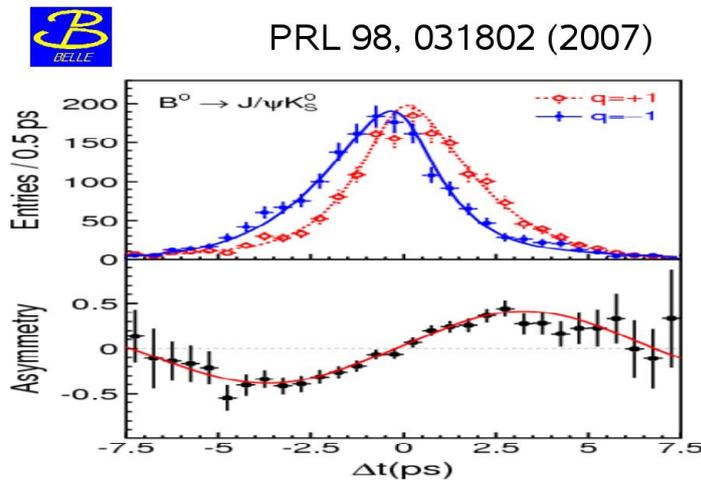
Diese Messungen wurden zum Teil an der B - factory in Japan mit dem BELLE - Experiment durchgeführt:

Belle Detector



Entscheidend für die Experimente sind der Lorentzboost des B Mesonsystems, um genügend Ortsauflösung der B Meson - Zerfallsvertices zu haben, die gute Impulsauflösung und eine exzellente Teilchenidentifikation um das tagging des anderen B Mesons sicherzustellen.

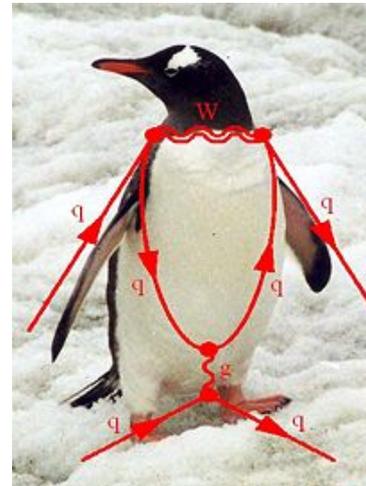
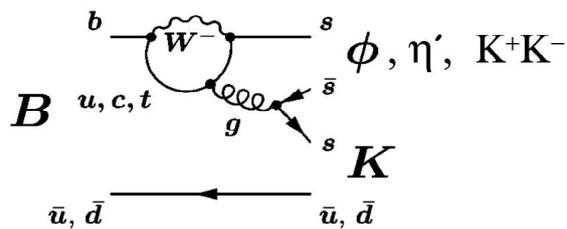
Für $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S$ publizierte die Belle-Kollaboration nach Analyse von über 500 Millionen B Zerfällen folgende Daten: Das obere Diagramm zeigt die Anzahl Ereignisse in Funktion der Zeitdifferenz zwischen den beiden B Zerfällen. Die beiden Kurven sind für den Fall, dass der andere Zustand ein B^0 bzw. \bar{B}^0 war. Das untere Diagramm zeigt die zeitabhängige Asymmetrie (36).



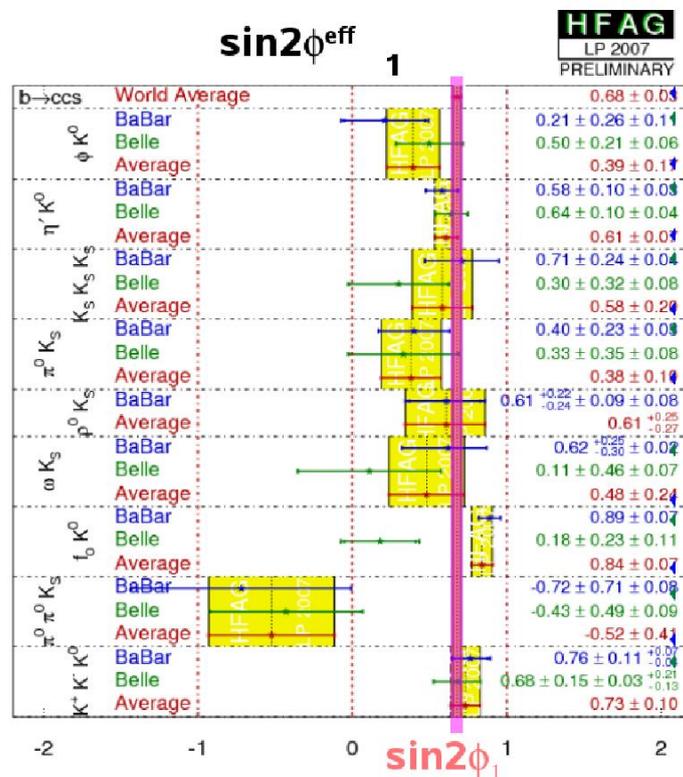
Das Resultat für die CP-Asymmetrie lautet $S = 0.642 \pm 0.031 \pm 0.017$, während $C = 0.018 \pm 0.021 \pm 0.014$ konsistent mit null ist.

4.3.2 Pinguine und das ΔS Puzzle

Eine Serie von Messungen mit Zerfällen, die einen sogenannten Pinguin enthalten:



zeigt ebenfalls CP Asymmetrie. Da der loop von top quarks dominiert ist, sollte der Pinguin keine nennenswerten Beiträge zu CP Phasen liefern, und die Asymmetrie sollte ebenfalls vom Mischungswinkel $\sin(2\beta)$ bestimmt sein. Die Resultate haben zwar grosse Fehler, aber zeigen doch erstaunlicherweise alle einen kleineren Asymmetrie-Wert.



Diese Diskrepanz wird das ΔS puzzle genannt. Es wird spekuliert, dass im Pinguin - loop neue Teilchen zirkulieren könnten, die eine zusätzliche CP verletzende Phase erzeugen.

4.3.3 B_s Mesonen und LHCb

Das spectator quark ist jetzt ein s. In Analogie zum oben beschriebenen Prozess soll $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ untersucht werden. Da es sich beim ϕ um ein Vektorteilchen handelt, sind jetzt verschiedene Spin-Paritäts- Kombinationen möglich, die in der Analyse zuerst auseinander gehalten werden müssen.

Die CP Asymmetrie wird mit dem gleichen Argument wie oben durch den Mischungswinkel bestimmt. Da nun V_{td} durch V_{ts} zu ersetzen ist, liegt der erwartete Wert für den Mischungswinkel sehr klein, etwa $\chi \approx 0.018$.

Vor kurzem wurden die ersten Resultate der FERMILAB Experimente D0 und CDF in CP - Verletzung im Prozess $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ publiziert. Die kombinierte Analyse zeigt einen erstaunlich grossen Mischwinkel (hep-ph 0803.0659). Sie ergibt einen wahrscheinlichsten Wert für den Mischungswinkel von 51 oder 79 Grad, dies stellt eine 3.7σ signifikante Abweichung vom erwarteten Wert ab!

Mit dem Experiment LHCb am CERN werden wir in naher Zukunft die CP Verletzung und andere Prozesse im B_s mit hoher Präzision studieren können.

