

Strahlung und Materie: Teil I

26. Oktober 2006

Laura Baudis, lbaudis@physik.rwth-aachen.de
Physikalisches Institut Ib, RWTH Aachen

Literatur

- Weigert, Wendker, Wisotzki: Kapitel 2
- Unsöld, Baschek: Kapitel 4
- Carrol, Ostlie: Kapitel 3 und Kapitel 5

- Übung: Mi 12:00 - 13:30, Hörsaal 28B 110

Kosmische Informationsträger

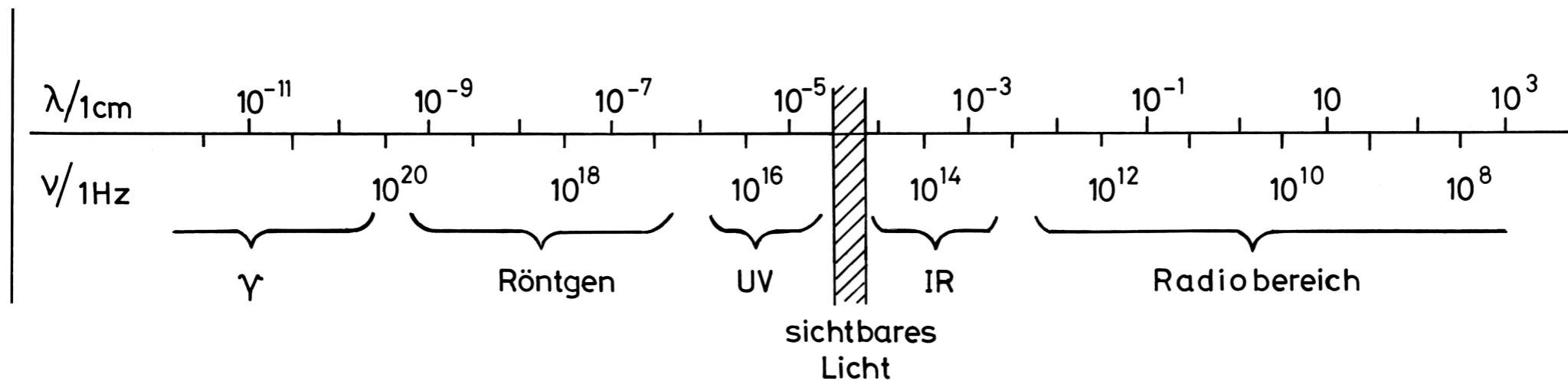
- Ein Grossteil der Information aus dem Universum wird durch elektromagnetische Strahlung vermittelt (Ausnahmen: geladene Teilchen, Atomkerne, Gravitationswellen, Neutrinos und dunkle Materie!)
- hier: erstmal Beschränkung auf elektromagnetische Strahlung



Messbare Grössen

Im Wellenbild	Im Teilchenbild
Energiestromdichte S	Photonenstrom Γ
Wellenlänge λ (Frequenz ν)	Teilchenenergie $E=h\nu=hc/\lambda$
Phase φ	Ankunftszeit t
Normale der Wellenfront \vec{S}	Bewegungsrichtung \vec{v}/v
Polarisation \vec{P}	Drehimpuls \vec{L}

Das elektromagnetische Spektrum



- Beispiel: rotes Licht $\lambda = 600 \text{ nm} = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$; $\nu = c/\lambda = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$
- Im Teilchenbild: Energie pro Photon $E = h\nu = 2 \text{ eV}$ für $\lambda = 600 \text{ nm}$
($h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$; $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$)
- Energie der Photonen im Röntgen-Bereich: $E \sim 0.1 - 100 \text{ keV}$

Astronomische Unterteilung der Frequenzbereiche

Radio	$1 \text{ m} \gtrsim \lambda \gtrsim 1 \text{ cm}$	$(\nu \sim 10^9 \text{ Hz})$
Millimeter/Sub-mm	$5 \text{ mm} \gtrsim \lambda \gtrsim 0.5 \text{ mm}$	$(\nu \sim 10^{11} \text{ Hz})$
Fernes Infrarot (FIR)	$200 \mu\text{m} \gtrsim \lambda \gtrsim 20 \mu\text{m}$	$(\nu \sim 10^{12} \text{ Hz})$
Mittleres Infrarot	$20 \mu\text{m} \gtrsim \lambda \gtrsim 3 \mu\text{m}$	$(\nu \sim 10^{13} \text{ Hz})$
Nahes Infrarot (NIR)	$3 \mu\text{m} \gtrsim \lambda \gtrsim 1 \mu\text{m}$	$(\nu \sim 10^{14} \text{ Hz})$
Optischer Spektralbereich	$1000 \text{ nm} \gtrsim \lambda \gtrsim 300 \text{ nm}$	$(\nu \sim 10^{15} \text{ Hz})$
Ultraviolett	$300 \text{ nm} \gtrsim \lambda \gtrsim 100 \text{ nm}$	$(h\nu \sim 3\text{--}10 \text{ eV})$
Extremes Ultraviolett (EUV)	$100 \text{ nm} \gtrsim \lambda \gtrsim 10 \text{ nm}$	$(h\nu \sim 10\text{--}100 \text{ eV})$
Weiche Röntgenstrahlung	$0.1 \text{ keV} \lesssim h\nu \lesssim 2 \text{ keV}$	$(\lambda \sim 1 \text{ nm})$
Harte Röntgenstrahlung	$2 \text{ keV} \lesssim h\nu \lesssim 100 \text{ keV}$	$(\lambda \sim 0.1 \text{ nm})$
Gammabereich	$h\nu \gtrsim 100 \text{ keV}$	

Astronomische Messgrößen

- **Scheinbare** Helligkeit eines Objekts (hängt von der **absoluten** Helligkeit - oder Leuchtkraft - und der Entfernung zum Beobachter ab)
- Richtungsabhängigkeit der Helligkeitsverteilung
- Frequenz (Wellenlänge) der Strahlung
- Polarisation
- Zeitpunkt der Messung

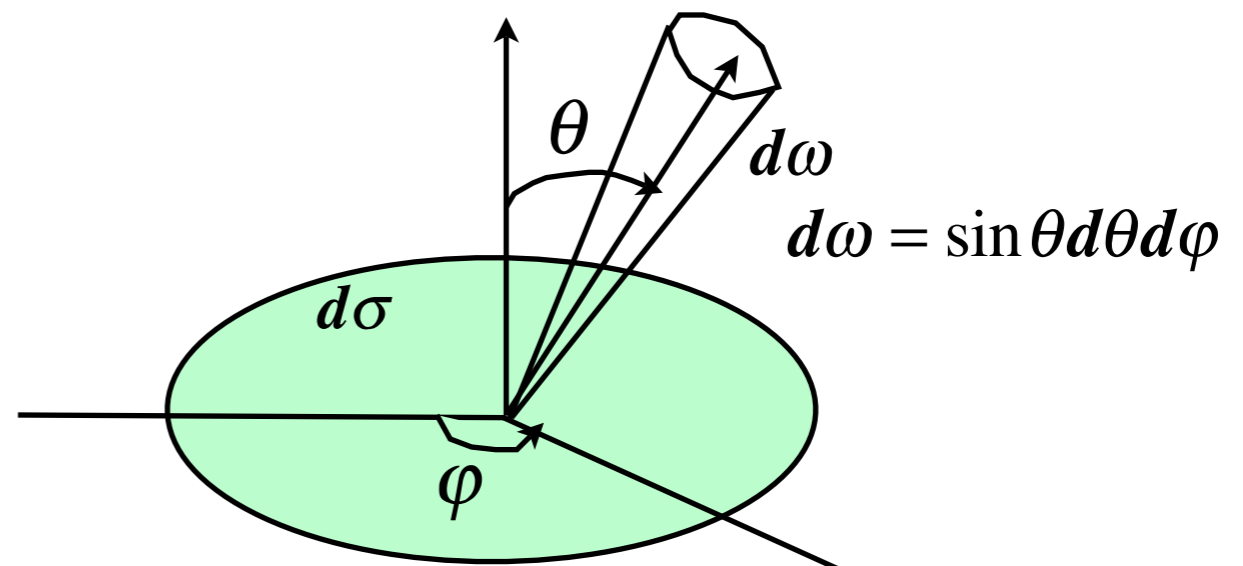
Im Folgenden: einige phänomenologische Definitionen

Intensität

- betrachte Lichtstrahlen mit der Frequenz $(\nu, \nu + d\nu)$ durch ein Oberflächenelement $d\sigma$ unter einem Winkel (θ, φ) zur Normale:
- Energie aus Raumwinkelement $d\omega$ durch die Oberfläche im Zeitintervall dt :

$$dE_\nu = I_\nu \cos \theta d\sigma d\nu d\omega dt$$

Intensität



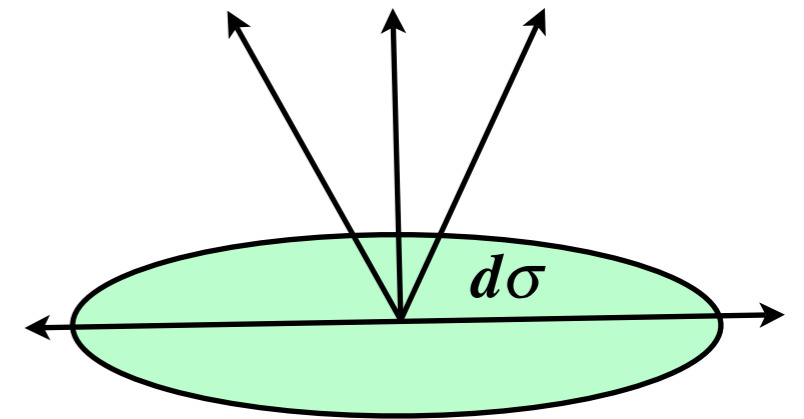
- $[I_\nu] = \text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$

Strahlungsflussdichte eines Sterns

- Der **Energiefluss** durch eine Fläche $d\sigma$ des Sterns ist (nach aussen!):

$$F_{\nu} = \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} I_{\nu} \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi$$

= Energie, die pro Flächeneinheit emittiert wird



- Die Gesamtenergie, die der Stern pro Zeiteinheit emittiert = **Leuchtkraft**

$$L = 4\pi R^2 F = 4\pi R^2 \int_{\nu} F_{\nu} d\nu$$

- Der **Strahlungsstrom**, der ein Beobachter in Entfernung r misst:

$$S = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{R^2}{r^2} F$$

Planck-Strahlung

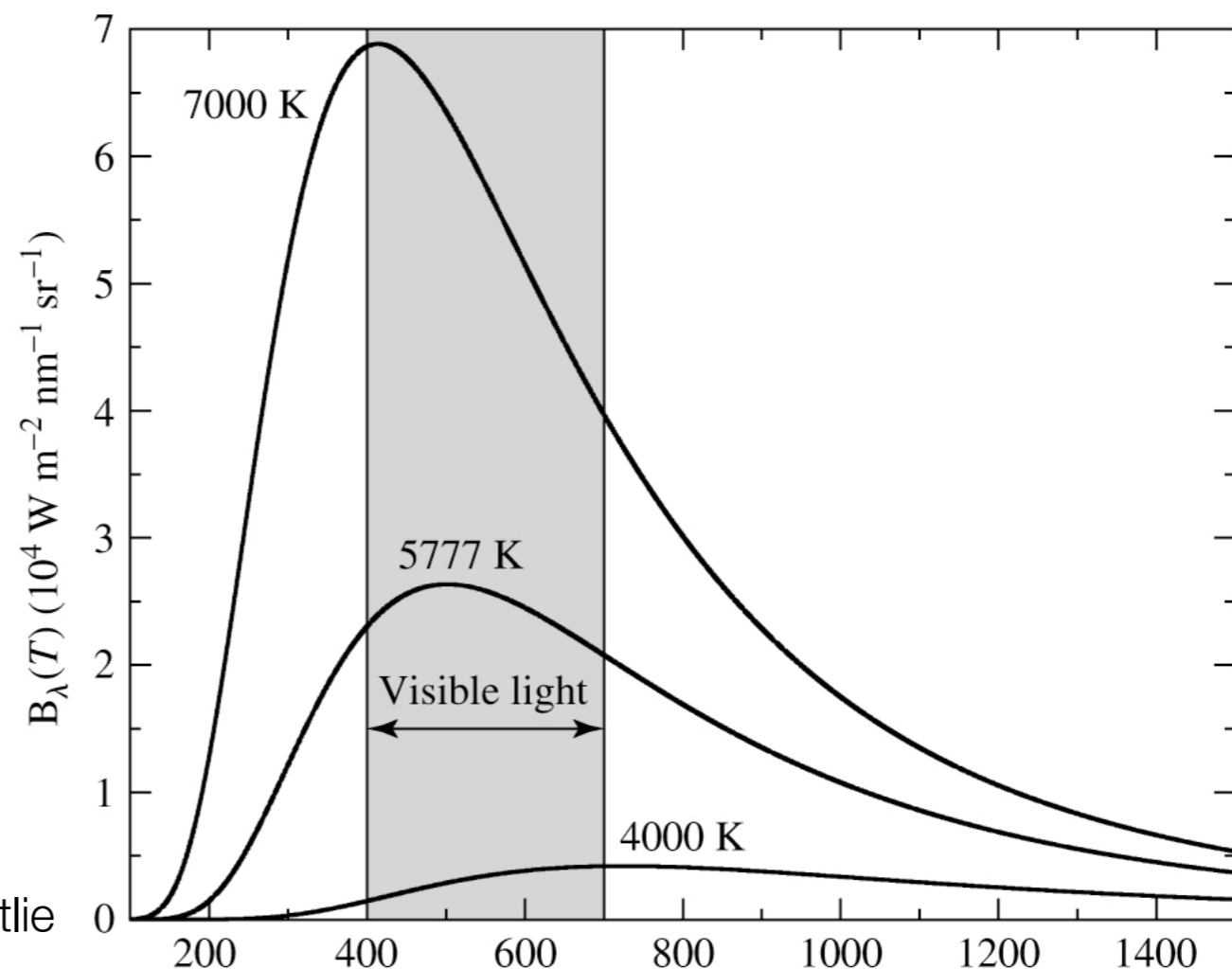
- **Hohlraumstrahlung:** Strahlungsfeld im thermodynamischen Gleichgewicht; die Strahlung ist unpolarisiert und isotrop. Die Intensität wird durch die Kirchhoff-Planck Funktion beschrieben:

$$I_{\nu} = B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$



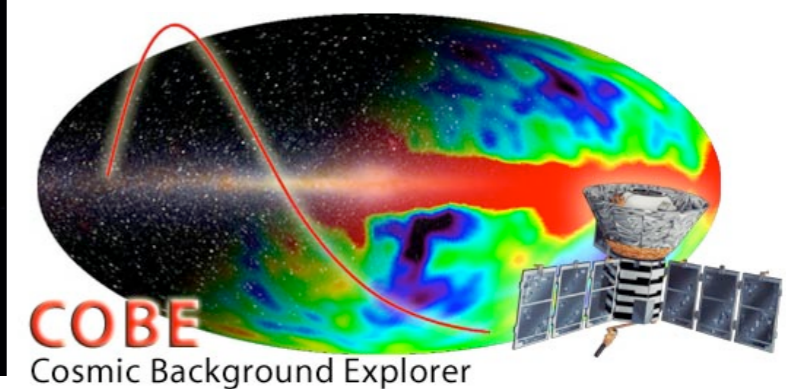
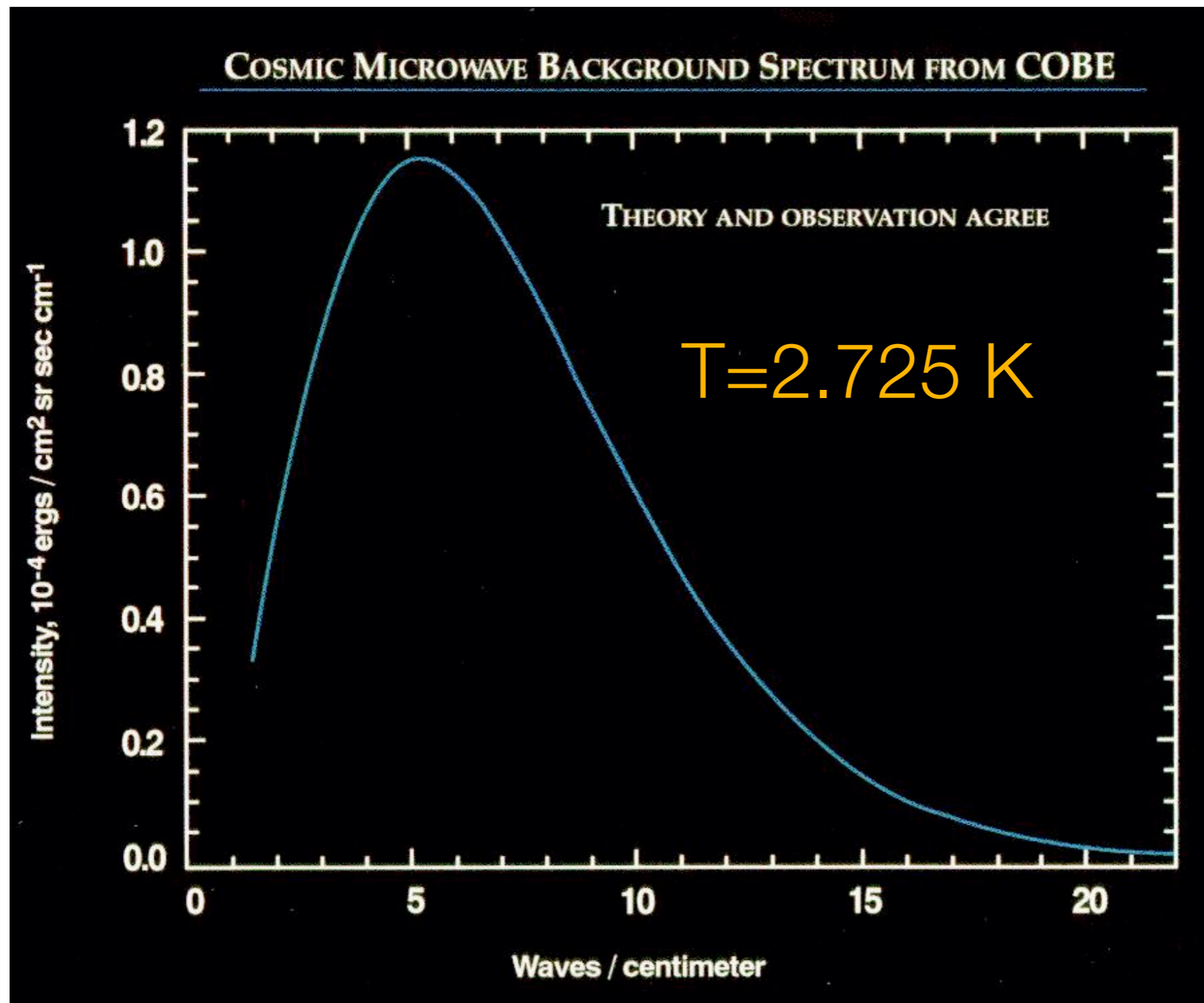
“schwarzer Körper”
= perfekter Absorber

$h=6.626 \times 10^{-27}$ erg s



Carroll & Ostlie

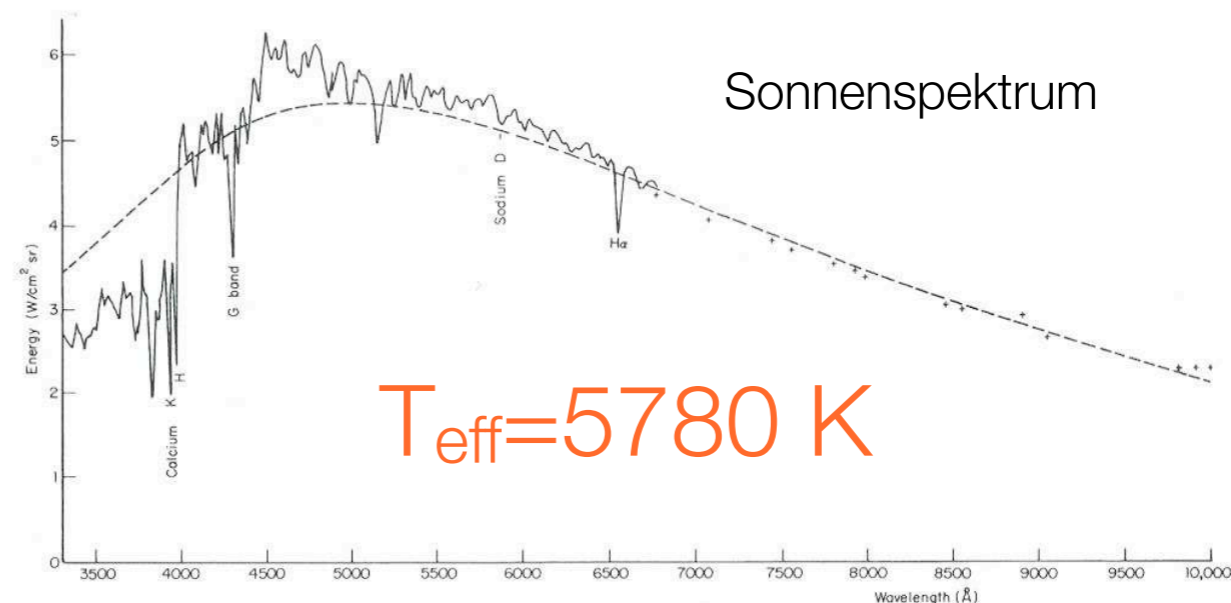
Beispiel für Planck-Strahlung



Planck-Funktion

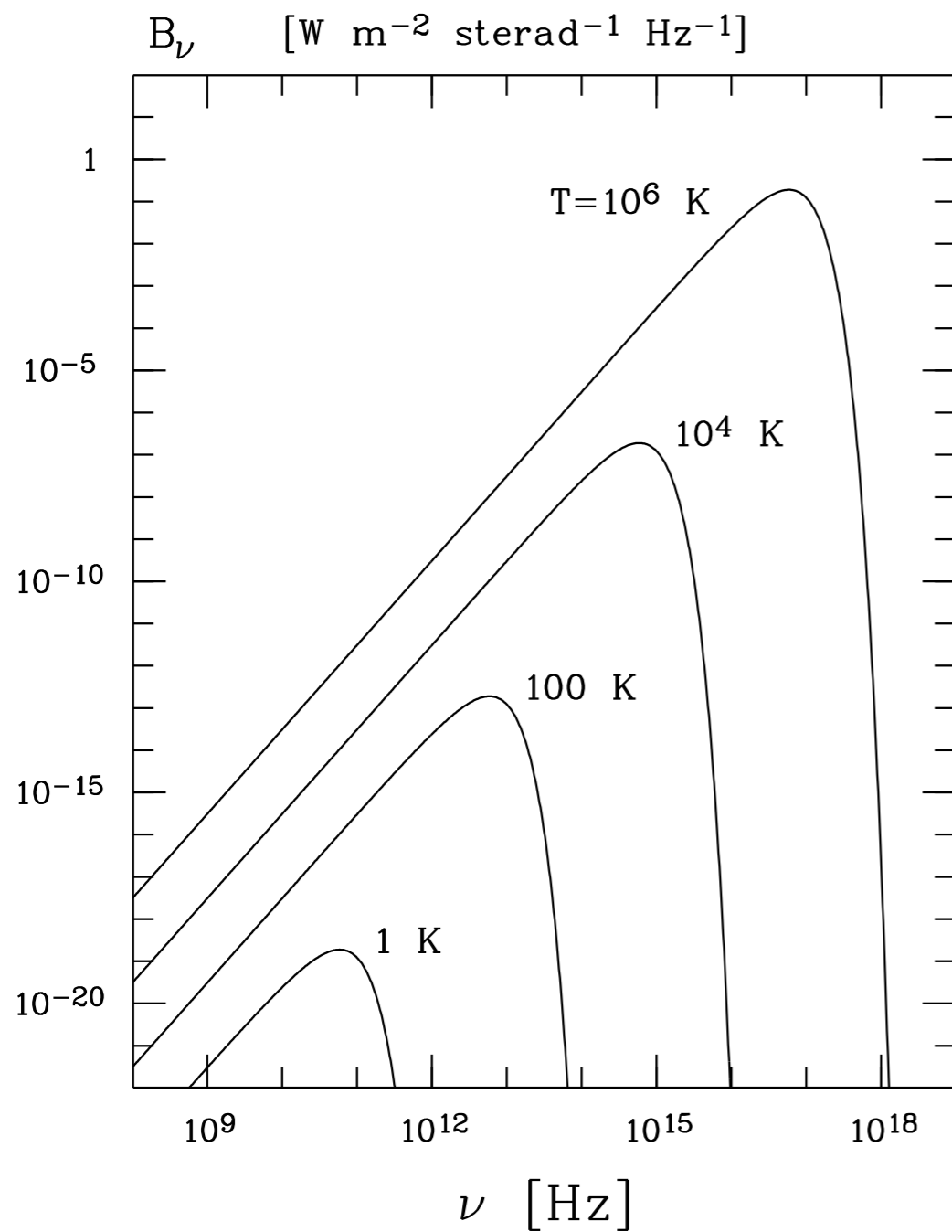
- Ein “Schwarzkörper” der Temperatur T emittiert ein kontinuierliches Spektrum mit einem Maximum bei einer Wellenlänge λ_{\max} -> diese wird kürzer mit wachsender Temperatur (Sonne, Sterne, Planeten: Schwarzkörperstrahler, in erster Näherung)
- Wiensches Verschiebungsgesetz: Beziehung zwischen λ_{\max} und T :

$$\lambda_{\max} T = 0.290 \text{ cm K}$$

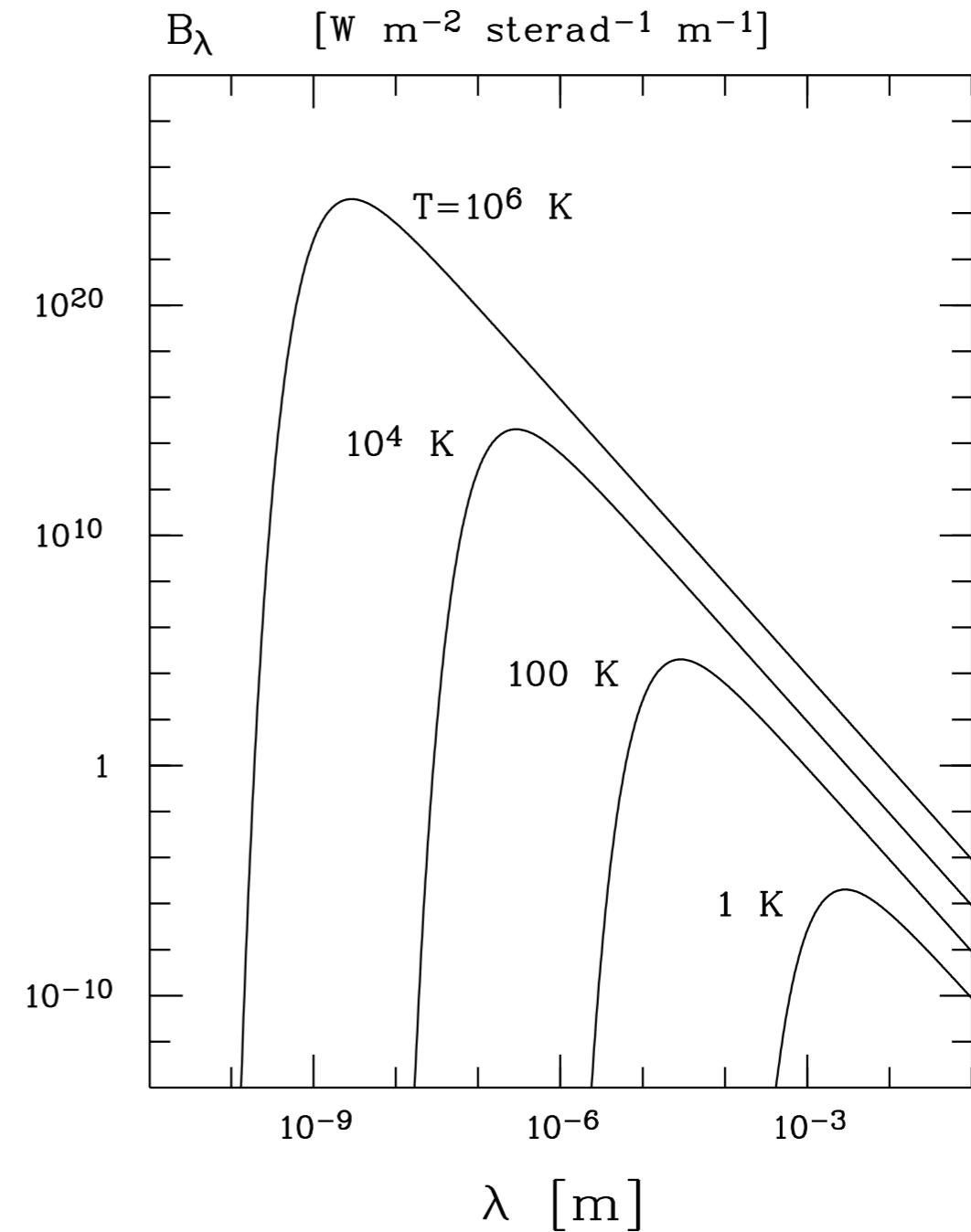


Das Plancksche Gesetz

Intensität als Fkt von ν



Intensität als Fkt von λ



(Weigert, Wendker, Wisotzki)

Beispiele

- Betelgeuse: Oberflächentemperatur $T = 3400 \text{ K}$

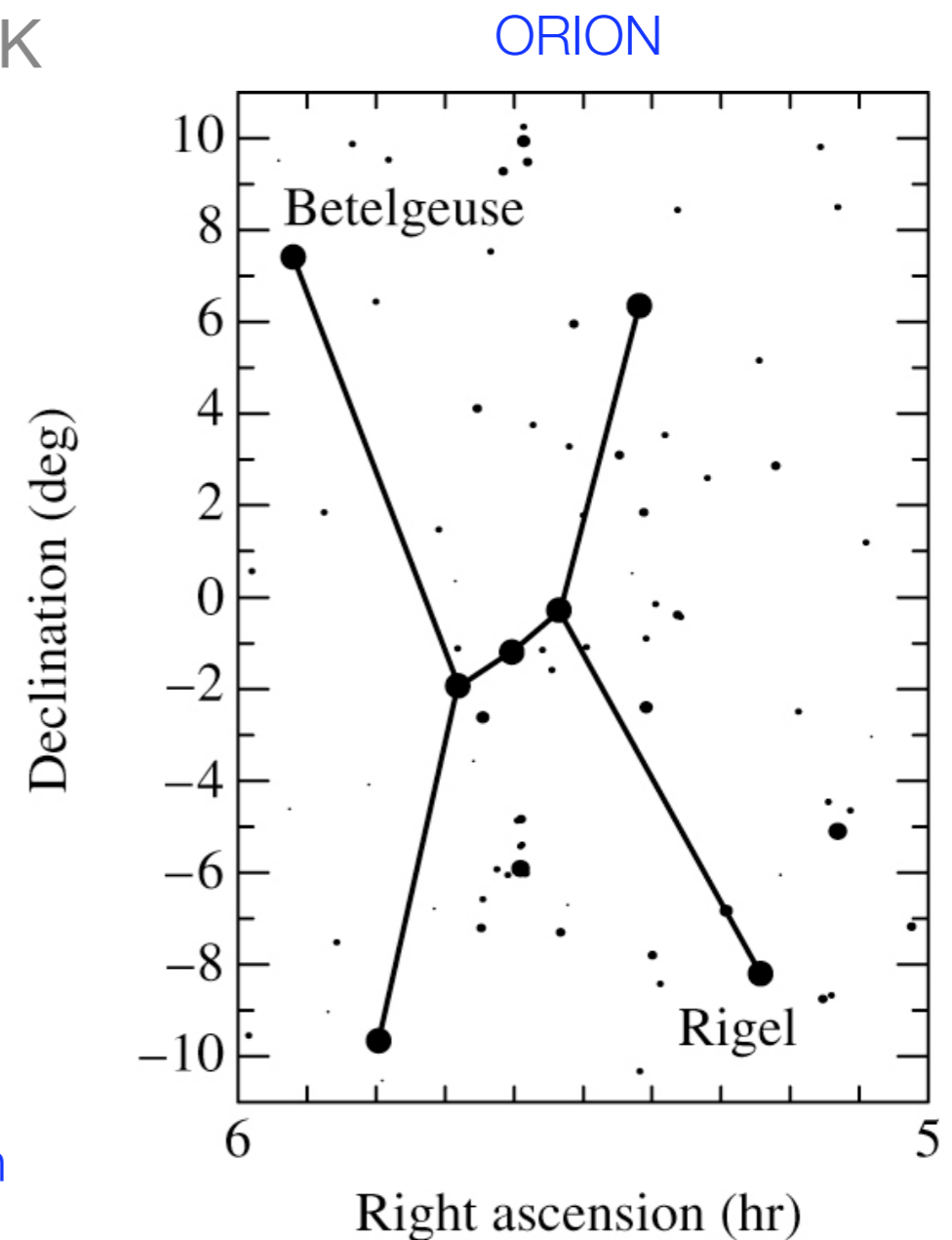
$$\lambda_{\max} = \frac{0.290 \text{ cm K}}{3400 \text{ K}} = 8.53 \times 10^{-5} \text{ cm} = 853 \text{ nm}$$

Infrarotbereich

- Rigel: Oberflächentemperatur $T = 10100 \text{ K}$

$$\lambda_{\max} = \frac{0.290 \text{ cm K}}{10100 \text{ K}} = 2.87 \times 10^{-5} \text{ cm} = 287 \text{ nm}$$

Ultraviolettbereich



Das Plancksche Gesetz

- Spektrale Verteilung der Intensität für einen Hohlraumstrahler der Temperatur T

$$I_\nu = B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

- für Frequenzen $\nu \gg \nu_{\max} \Rightarrow$ **Wiensche Näherung**

$$B_\nu(T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot e^{-h\nu/kT} \quad h\nu / kT \gg 1$$

- für Frequenzen $\nu \ll \nu_{\max} \Rightarrow$ **Rayleigh-Jeans Näherung**

$$B_\nu(T) \approx \frac{2h\nu^2}{c^2} \cdot kT \quad h\nu / kT \ll 1$$

Effektive Temperatur eines Sterns

- **Stefan-Boltzmann Gesetz**: die gesamte, über alle Frequenzen und Ausstrahlungsrichtungen integrierte Strahlungsleistung pro Flächeneinheit der Oberfläche eines Hohlraumstrahlers = **totale Flächenhelligkeit**

$$F = \int_{\nu} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} B_{\nu}(T) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi d\nu = \sigma_B T^4$$

$$\sigma_B = 5.67 \cdot 10^{-5} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ K}^{-4} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \quad \text{Stefan-Boltzmann Konstante}$$

- aus der Lage des Maximums $\Rightarrow \sim T$ eines Sterns $\Rightarrow T_{\text{eff}}$
- aus der Temperatur \Rightarrow die gesamte abgestrahlte Leistung (im Idealfall thermischen Gleichgewichts!)

Strahlungsfeld im thermischen Gleichgewicht

- Energiedichte des Strahlungsfelds (Integration über alle Raumwinkel):

$$u_\nu = \frac{1}{c} \int B_\nu(T) d\omega = \frac{4\pi}{c} B_\nu(T)$$

- und über alle Frequenzen:

$$u = \frac{4\pi}{c} \cdot \sigma_B T^4 = a \cdot T^4$$

- mit der “Strahlungskonstante” $a = \frac{4\pi\sigma_B}{c}$

=> für festes ν hängt die Form von B_ν nur von T ab; die gesamte Abstrahlungsleistung steigt mit T^4 !

Beispiel: Sonne

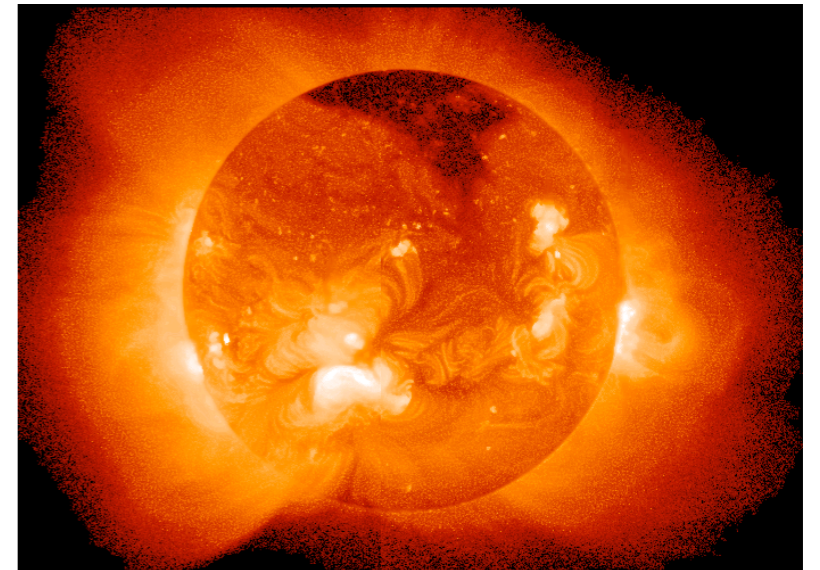
- Integration über das gesamte Spektrum ergibt:

$$F_{\odot} = 6.33 \cdot 10^7 \text{ W m}^{-2}$$

$$\text{mit } F_{\odot} = \sigma_B T_{\odot}^4$$

$$\Rightarrow T_{eff,\odot} = 5780\text{K}$$

$$\Rightarrow L_{\odot} = 4\pi R_{\odot}^2 F_{\odot} = 3.86 \cdot 10^{26} \text{ W}$$



NASA Goddard Laboratory for Atmospheres

$$R = 6.960 \times 10^8 \text{ m}$$

- Gesamtenergieverbrauch auf der Erde: $5 \cdot 10^{12} \text{ W}$
- => die Energie, die in 1 Sekunde von der Sonne ausgestrahlt wird, würde die Erde für $\approx 10^{14} \text{ s}$ (3 Millionen Jahre) mit Energie versorgen!

Beispiel: Sonne

- Aus dem Wienschen Verschiebungsgesetz

$$\lambda_{\max} T = 0.290 \text{ cm K}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{0.290 \text{ cm K}}{5780 \text{ K}} = 5.02 \times 10^{-5} \text{ cm} = 502 \text{ nm}$$



- => λ befindet sich in **grünen Bereich** ($491 \text{ nm} < \lambda < 575 \text{ nm}$) des sichtbaren Spektrums
- => die Sonne emittiert ein Kontinuum von λ s sowohl kürzer als auch länger als λ_{\max} , so wir die Sonne als **gelb** wahrnehmen.
- => die Sonne emittiert ein Grossteil ihrer Energie im sichtbaren Bereich + die Erdatmosphäre bei diesen λ s transparent ist => durch natürliche Selektion ist das Auge auf diesen Wellenlängen empfindlich

Anwendungen der Hohlraumstrahlung

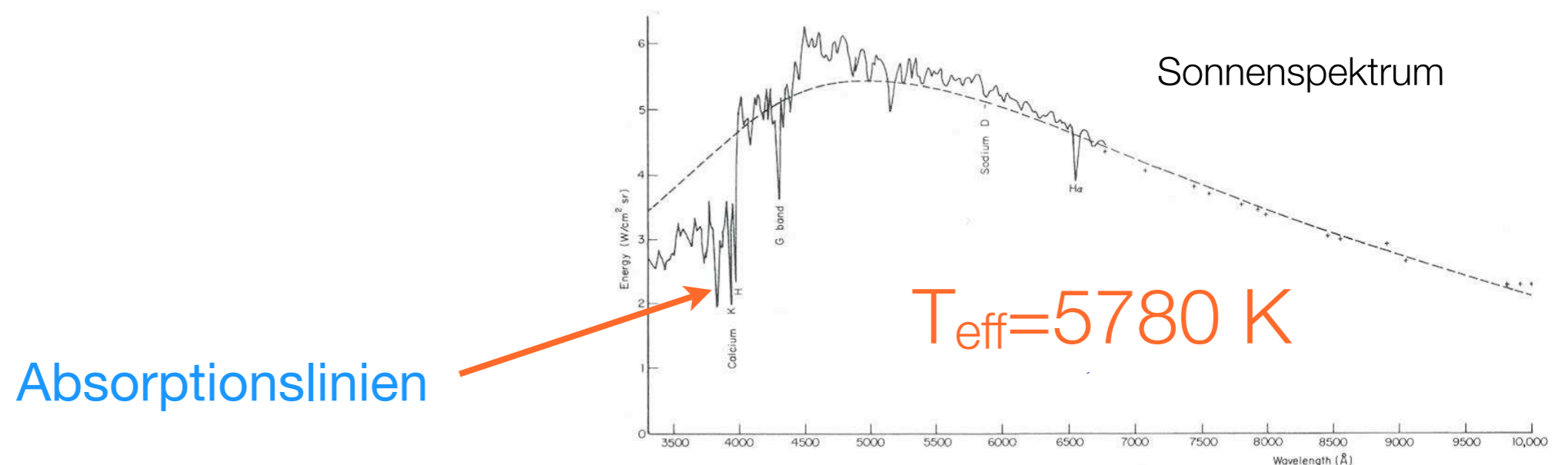
- Starke Idealisierung - Absorptions- und Abstrahlungsvermögen meist geringer als bei einem "schwarzen Körper"

Gute Näherung in vielen Fällen:

- Planetenoberflächen
- Infrarotemission von interstellaren Staubkörnern
- Strahlung der Sterne
- Optisches/UV-Kontinuum in Quasaren
- Eigenemission von Teleskopen und Detektoren

Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

- Sterne: keine “schwarzen Körper”!
- Spektren weichen von der Planck-Funktion ab!
- Die Temperatur der Sonne nimmt nach innen zu!
- Was bestimmt die effektive Temperatur der Sonne T_{eff} ?



Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

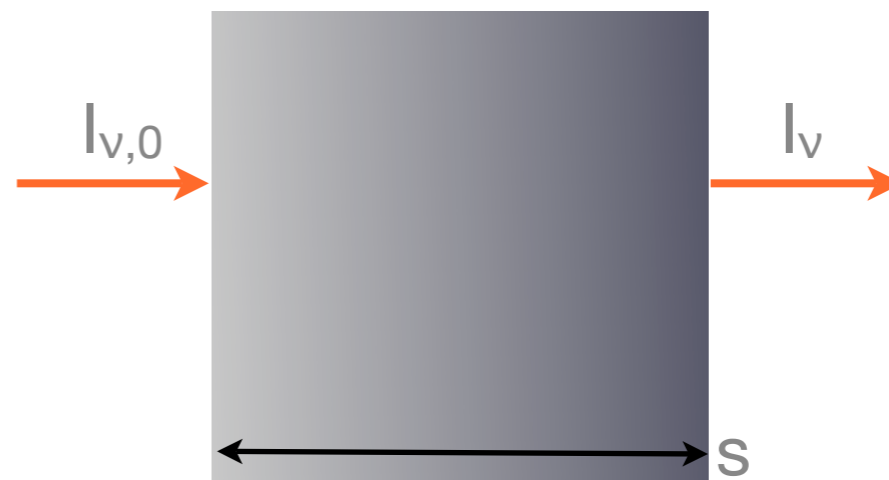
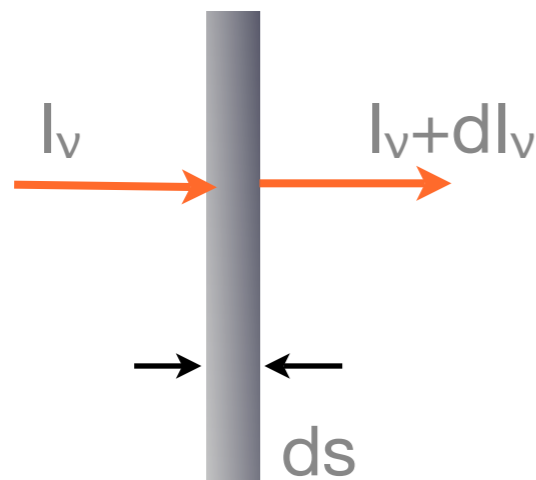
- beim Durchgang von Strahlung durch eine infinitesimal dünne Materieschicht vermindert sich I_ν um dI_ν

$$dI_\nu = -I_\nu \cdot \kappa_\nu \cdot ds$$

- $\kappa_\nu =$ Absorptionskoeffizient (jeder Prozess, der Photonen aus dem Strahl entfernt = Absorption); $1/\kappa_\nu =$ mittlere freie Weglänge des Photons ν

- beim Durchgang durch eine ausgedehnte Schicht der Dicke s

$$-\int \frac{dI_\nu}{I_\nu} = -\int d \ln I_\nu = \int \kappa_\nu \cdot ds \quad \Rightarrow \quad I_\nu = I_{\nu,0} \cdot e^{-\int \kappa_\nu \cdot ds}$$



Optische Tiefe

$$\int \kappa_{\nu} \cdot ds \equiv \tau_{\nu}$$

- beschreibt Absorptionsverhalten der Schicht (dimensionslos). iA eine Funktion der chemischen Zusammensetzung, der Dichte, und der Temperatur des Gases

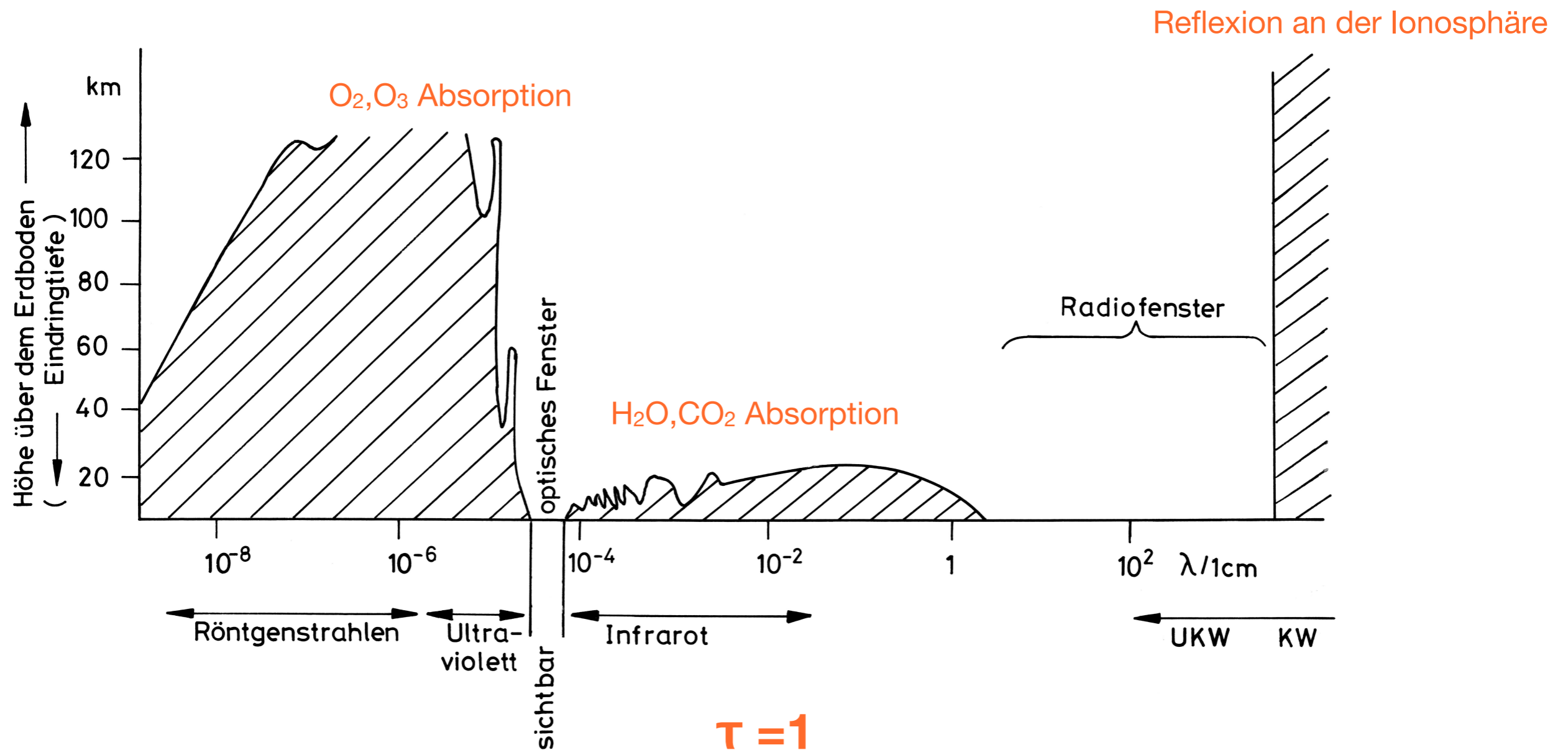
= Anzahl der mittleren freien Weglängen vom Emitter zum Detektor

- $\tau \gg 1: I \ll I_0$ optisch dickes Medium (undurchsichtig)
- $\tau = 1: I = I_0/e$
- $\tau \ll 1: I \approx I_0$ optisch dünnes Medium (durchsichtig)
- Grenzfall: kleine optische Tiefe + reine Absorption:

$$I_{\nu} = I_{\nu,0} \cdot e^{-\tau_{\nu}} \Rightarrow I_{\nu} \approx (1 - \tau_{\nu}) \cdot I_{\nu,0} \text{ für } \tau_{\nu} \ll 1$$

Beispiel: Absorption in der Erdatmosphäre

- Durchlässigkeit: sehr abhängig von ν (oder λ !)



Höhe über den Erdboden, in der I_0 um $1/e$ abgeschwächt wird

(Weigert, Wendker, Wisotzki)

Emissionskoeffizient

- Spontane Emission kann die Intensität der Strahlung vergrößern, oder die Strahlungsquelle selbst darstellen
- **Spontane Emission**: Atome oder Ionen müssen sich in angeregten Zuständen befinden -> in einem heißen Plasma oder in einem Strahlungsfeld

$$dI_{\nu} = \varepsilon_{\nu} \cdot ds$$

 Emissionskoeffizient

- Emissionskoeffizient: auch abhängig von **Druck, Temperatur, chemische Zusammensetzung**, und muss iA quantenmechanisch berechnet werden

Strahlungstransportgleichung

$$dI_\nu = -I_\nu \cdot \kappa_\nu \cdot ds + \varepsilon_\nu \cdot ds$$

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -I_\nu \cdot \kappa_\nu + \varepsilon_\nu$$

mit der Definition der optischen Tiefe $d\tau_\nu = \kappa_\nu ds$

$$\Rightarrow \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + \frac{\varepsilon_\nu}{\kappa_\nu}$$

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\kappa_\nu} \equiv S_\nu \quad \text{Quellfunktion: hängt von den lokalen Gaseigenschaften ab}$$

$$\left(\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} + I_\nu \right) e^{\tau_\nu} = S_\nu e^{\tau_\nu} \Rightarrow \frac{d}{d\tau_\nu} (e^{\tau_\nu} I_\nu) = S_\nu e^{\tau_\nu}$$

Integration

$$\Rightarrow e^{\tau_\nu} I_\nu(\tau_\nu) - I_\nu^0 = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu e^{\tau'_\nu} d\tau'_\nu, \quad \text{wobei } I_\nu^0 = I_\nu(\tau_\nu = 0)$$

Strahlungstransportgleichung

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu^0 e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu e^{-(\tau_\nu - \tau'_\nu)} d\tau'_\nu$$

Absorption

Emission

- Eine Schicht der optischen Tiefe τ_ν absorbiert Teil der einfallenden Strahlung I_ν^0 und emittiert an jeder Position Strahlung, die wiederum teilweise durch $(\tau_\nu - \tau'_\nu)$ absorbiert wird
- Integral: über die gesamte Sehstrecke durch das Medium, τ_ν ist die gesamte optische Tiefe des Mediums
- Lösung: i.A aufwendig, numerische Integration (Strahlungsenergie kann zwischen verschiedenen Frequenzen hin- und hergeschoben werden!)

Beispiel

- Strahlungsintensität I_ν , welche eine Materieschicht aussendet, die in Richtung des Sehstrahls eine Dicke s besitzt und deren Quellfunktion S_ν konstant ist

- Volumenelement von x nach $x+dx$ emittiert:

$$k_\nu S_\nu dx = S_\nu d\tau_\nu(x)$$

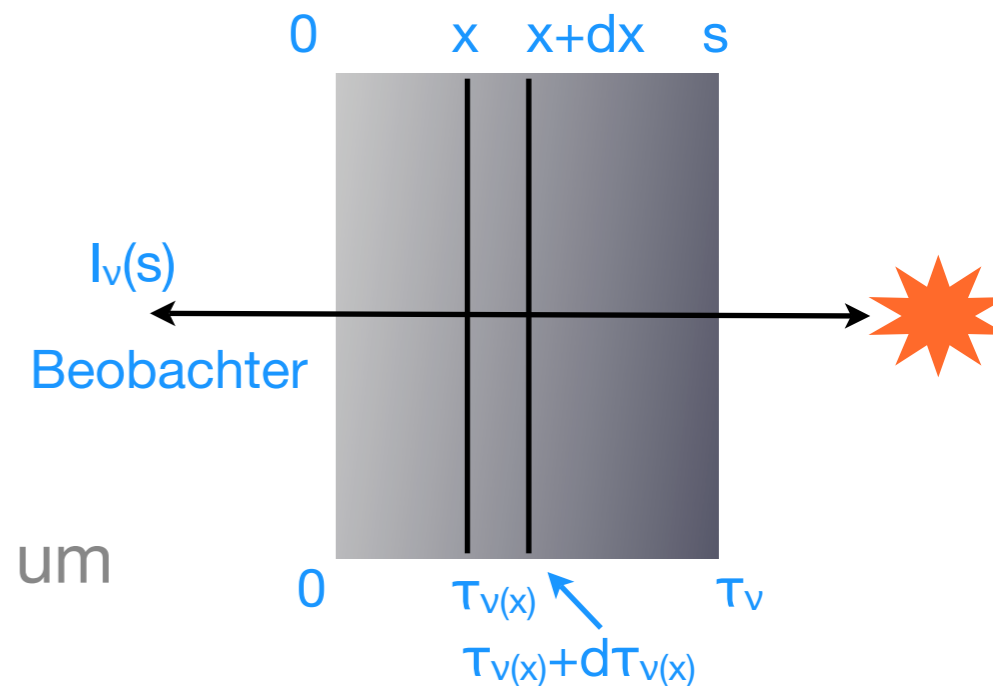
$$d\tau_\nu = k_\nu dx$$

- Bis zum Austritt wird der Anteil noch geschwächt, um

$$e^{-\tau_\nu(x)} = e^{-\int_0^x k_\nu dx}$$

- => für die Gesamtdicke s =>
$$I_\nu(s) = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu e^{-\tau'_\nu} d\tau'_\nu$$

da $S_\nu = ct$ in der Schicht
$$I_\nu(s) = S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu})$$



Beispiel

$$I_{\nu}(s) = S_{\nu}(1 - e^{-\tau_{\nu}})$$

Spezialfälle:

- $\tau \ll 1$ optisch dünne Schicht $\Rightarrow I_{\nu}(s) \approx \tau_{\nu} S_{\nu}$

\Rightarrow die Austrahlung ist gleich der optischen Dicke x Quellfunktion

- $\tau \gg 1$ optisch dicke Schicht $\Rightarrow I_{\nu}(s) \approx S_{\nu}$

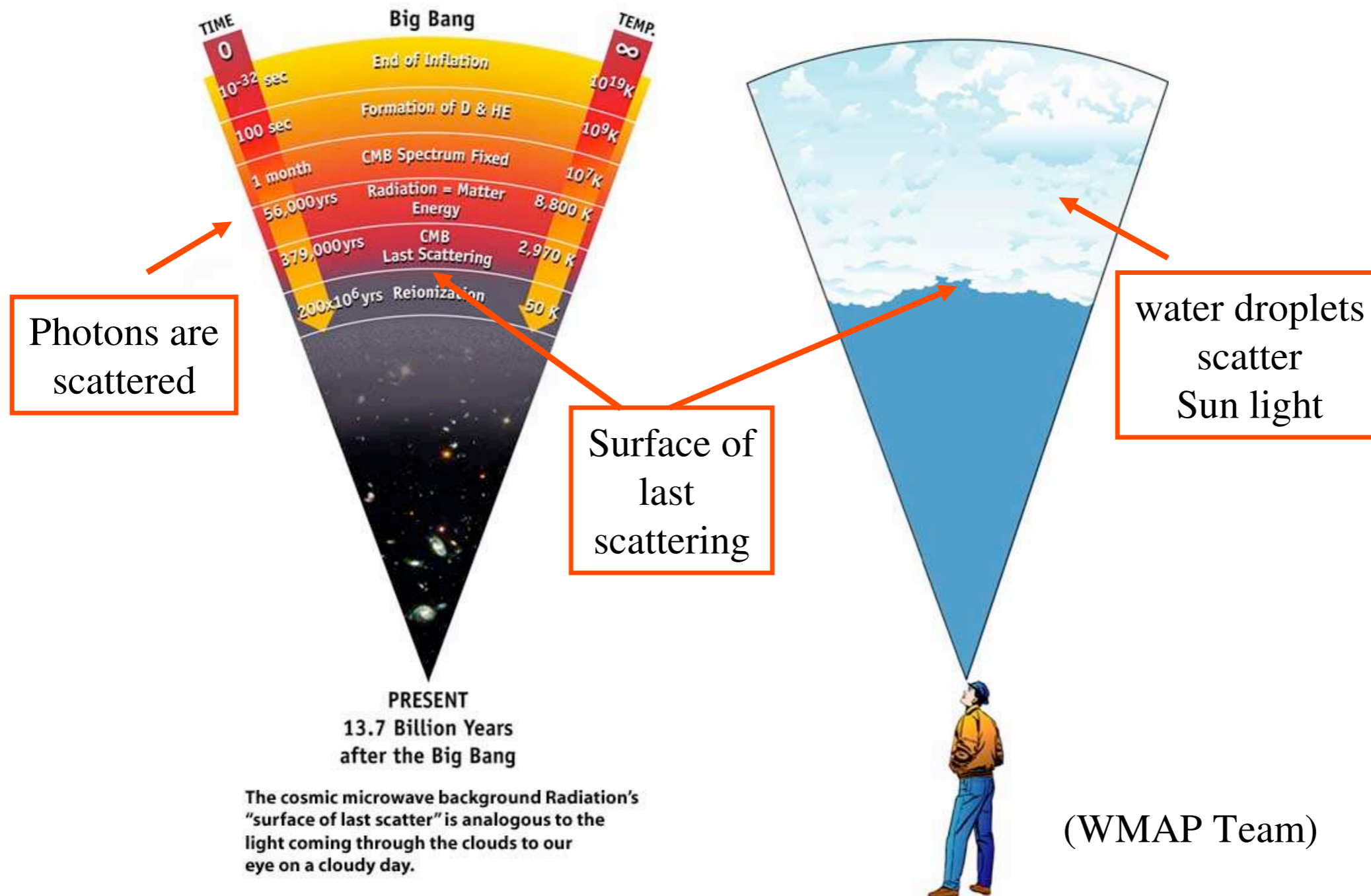
\Rightarrow die Strahlungsintensität nähert sich der Quellfunktion und kann diese nicht übersteigen

Zusammenfassung Strahlungstransport

- Strahlung kann Schichten mit $\tau \gg 1$ nicht durchdringen
- Falls wir ein strahlendes Objekt beobachten, können wir keine Emission aus Regionen mit $\tau \gg 1$ empfangen
- Eine Sternatmosphäre besteht aus mehreren Schichten auf verschiedenen Temperaturen. Die beobachtete Intensität reflektiert die Temperatur bei oder oberhalb $\tau=1$.

 **Effektivtemperatur T_{eff}**

Die kosmische Hintergrundstrahlung



The cosmic microwave background Radiation's "surface of last scatter" is analogous to the light coming through the clouds to our eye on a cloudy day.

Strahlungstransport und thermodynamisches Gleichgewicht

- **Idealfall des thermischen Gleichgewichts:** T ist konstant in (s,t) und die energetischen Beiträge von Absorption und Emission halten sich die Waage

$$I_\nu = B_\nu(T) \quad \text{Planck-Funktion,} \quad \text{und} \quad \frac{dI_\nu}{ds} = 0$$

$$dI_\nu = -I_\nu \cdot \kappa_\nu \cdot ds + \varepsilon_\nu \cdot ds \quad \Rightarrow \quad S_\nu = \frac{\varepsilon_\nu}{\kappa_\nu} = B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

- nur geschlossene Systeme können sich im perfekten thermischen Gleichgewicht (TE) befinden
- Sterne strahlen und können nur dann im lokalen TE (LTE) betrachtet werden falls: Teilchen gehorchen Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung, die durch die lokale kinetische Temperatur bestimmt wird
- Inelastische Kollisionen bestimmen die Besetzungszahl der ionisierten Zustände und Energieniveaus (nicht die Strahlung)

Strahlungstransport und thermodynamisches Gleichgewicht

- Die Strahlung, die von einem Gas im LTE emittiert wird, folgt dem Planck Gesetz:

$$\Rightarrow S_\nu = \frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu} = B_\nu(T)$$

Kirchhoffscher Satz:
“thermische Strahlung”

Jedoch iA: $\frac{dI_\nu}{ds} \neq 0 \rightarrow I_\nu \neq B_\nu(T)$

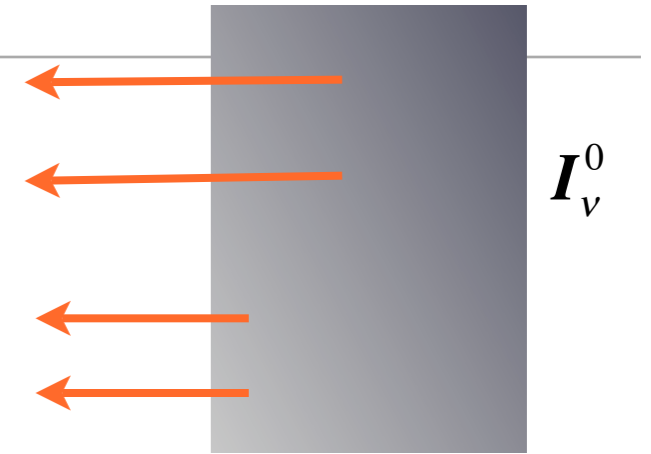
“Schwarzkörper Strahlung” falls
 $I_\nu = B_\nu(T)$!

=> Strahlungstransportgleichung für LTE:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa_\nu (I_\nu - B_\nu(T(s)))$$

Strahlungstransport und thermodynamisches Gleichgewicht

$$I_{\nu}(s) = B_{\nu}(T)(1 - e^{-\tau_{\nu}})$$



- $T = \text{const}$
- Grenzfall: **hohe optische Tiefe** $\tau \gg 1 \Rightarrow e^{-\tau} \approx 0 \Rightarrow$ 2. Term vernachlässigbar

\Rightarrow die Intensität beim Austritt aus der Schicht ist unabhängig von der eingestrahlten Intensität $I_{\nu,0}$ und nur von der Temperaturverteilung im Medium abhängig

\Rightarrow (für **$T = \text{const}$**) \Rightarrow die spektrale Energieverteilung = der eines idealisierten Hohlraumstrahlers

Emissions- und Absorptions Linienspektren

Unter welchen Bedingungen beobachten wir Emissions- und Absorptionslinien?

- Betrachte mit heissem Gas gefüllte Box der Länge s , vor Lichtquelle mit Intensitätsverteilung I_ν^0
- Integriere die Strahlungstransportgleichung durch die Box:

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu^0 e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu e^{-(\tau_\nu - \tau'_\nu)} d\tau'_\nu$$

- die im Falle des LTE:

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu^0 e^{-\tau_\nu} + B_\nu(T)(1 - e^{-\tau_\nu})$$

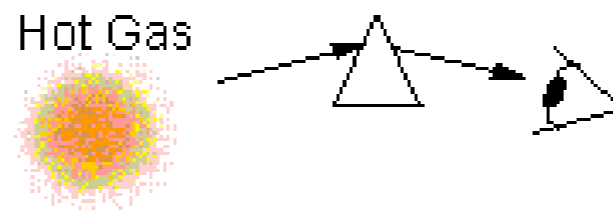


Emissions- und Absorptions Linienspektren

$$I_{\nu}(\tau_{\nu}) = I_{\nu}^0 e^{-\tau_{\nu}} + B_{\nu}(T)(1 - e^{-\tau_{\nu}})$$

- **1. Fall:** Gas im LTE, jedoch optisch dünn und Hintergrundbestrahlung vernachlässigbar => **Emissionslinienspektrum**

$$I_{\nu}^0 \rightarrow 0 \text{ und } \tau_{\nu} = 1$$



- Entwicklung des Exponentens in Taylor-Reihe:

$$I_{\nu} = \tau_{\nu} B_{\nu} = \kappa_{\nu} s B_{\nu}$$

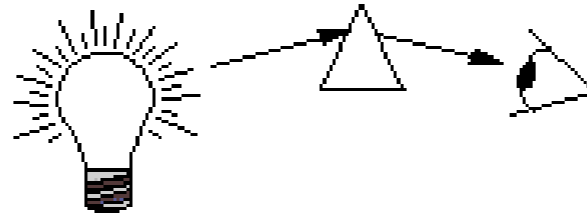
- Das Gas zeigt starke Emission wenn κ_{ν} gross, und schwache emission wenn κ_{ν} klein
- **Beispiele: Stellarwinde, Sternentstehungsregionen, AGNs**

Emissions- und Absorptions Linienspektren

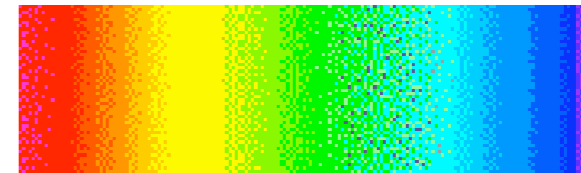
$$I_{\nu}(\tau_{\nu}) = I_{\nu}^0 e^{-\tau_{\nu}} + B_{\nu}(T)(1 - e^{-\tau_{\nu}})$$

- **2. Fall:** Gas im LTE, jedoch optisch dick und Hintergrundbestrahlung vernachlässigbar => **Hohlraumstrahlung**

$$I_{\nu}^0 = 0 \text{ und } \tau_{\nu} \gg 1$$



Continuum Spectrum



$$I_{\nu} = B_{\nu}$$

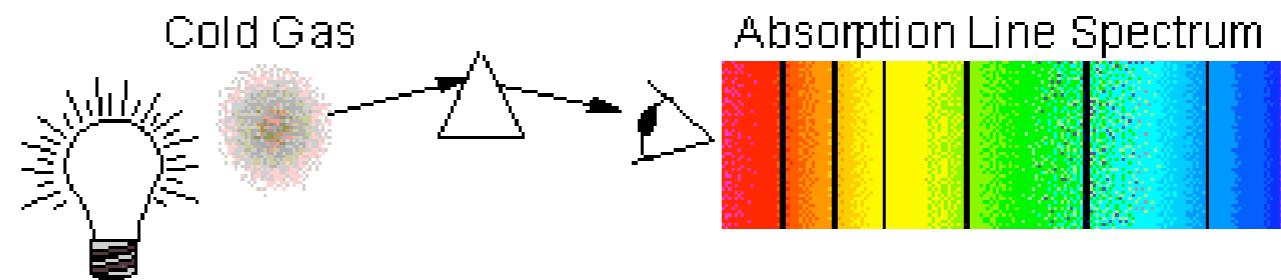
- Das Gas emittiert Hohlraumstrahlung
- **Beispiel:** kosmische Hintergrundstrahlung

Emissions- und Absorptions Linienspektren

$$I_{\nu}(\tau_{\nu}) = I_{\nu}^0 e^{-\tau_{\nu}} + B_{\nu}(T)(1 - e^{-\tau_{\nu}})$$

- **3. Fall:** Gas ist optisch dünn und wird durch eine Hintergrundquelle beleuchtet => **Absorptionsspektrum**

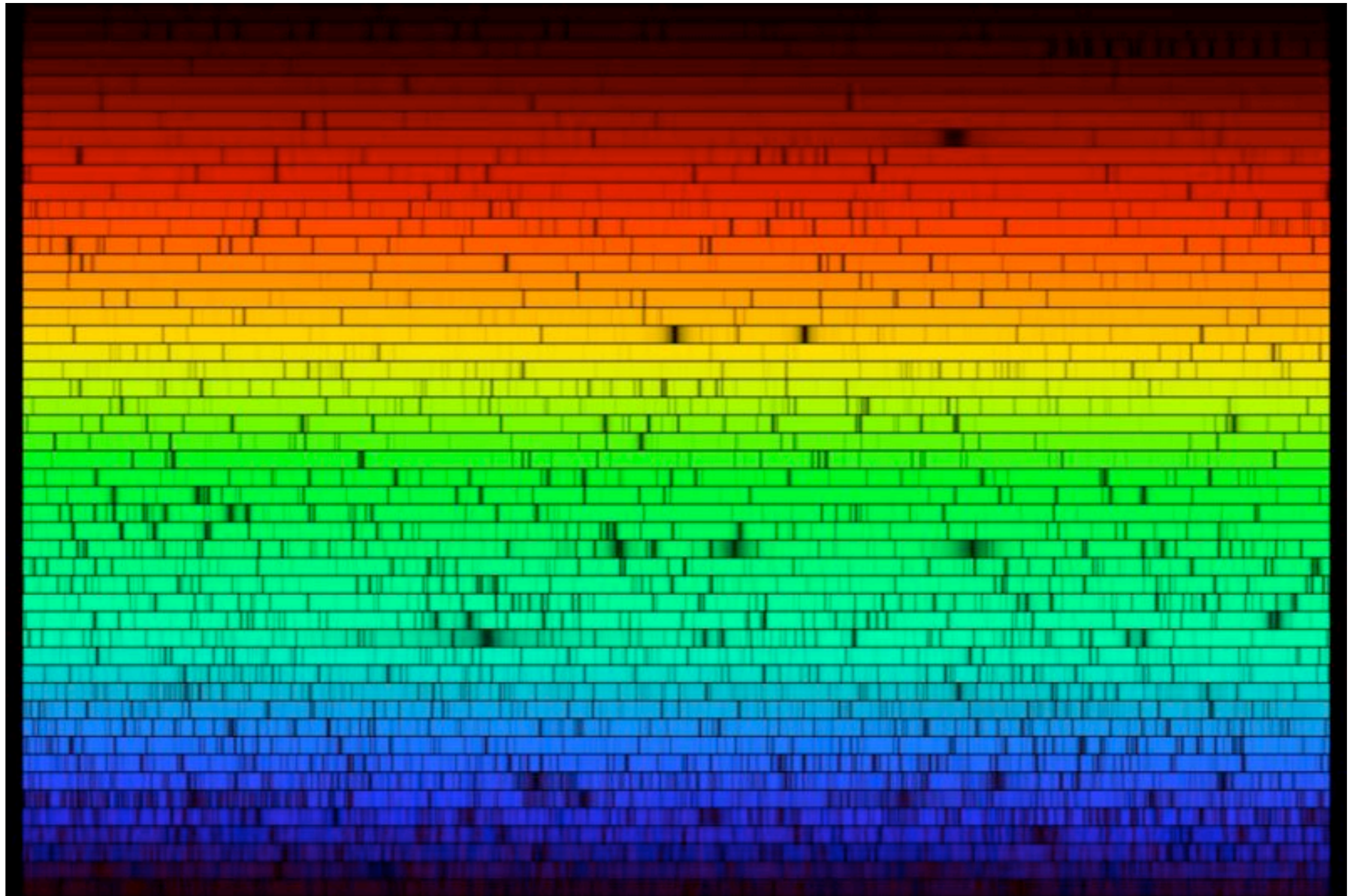
$$I_{\nu}^0 \neq 0 \text{ und } \tau_{\nu} < 1$$



$$I_{\nu}(\tau_{\nu}) = I_{\nu}^0 (1 - \tau_{\nu}) + S_{\nu} \tau_{\nu} = I_{\nu}^0 - \kappa_{\nu} s (I_{\nu}^0 - S_{\nu})$$

- Falls $B_{\nu} = S_{\nu} < I_{\nu}^0$ und κ_{ν} gross => Absorptionslinie
- **Beispiel:** Sternatmosphären, interstellares Medium vor Stern, intergalaktisches Gas vor Quasar

Beispiel: Sonnenspektrum



Dopplereffekt

- Bewegung einer Strahlungsquelle relativ zum Beobachter => Verschiebung der Wellenlänge/Frequenz um:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c}$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{\nu_0 - \nu}{\nu} = \frac{v_r}{c}$$


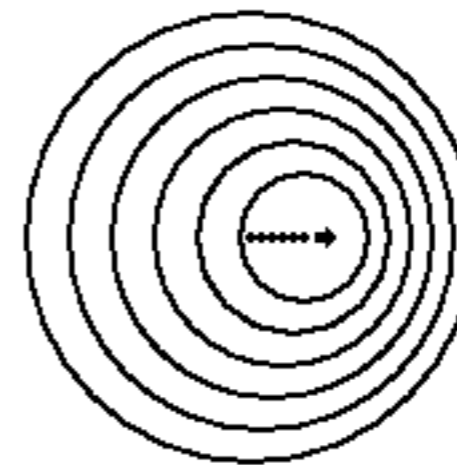
- v_r = Relativgeschwindigkeit der Quelle (zum Beobachter); gilt für nicht-relativistische Geschwindigkeiten: $|v_r| \ll c$

- $v_r > 0$: Quelle bewegt sich weg vom Beobachter => Rotverschiebung

- $v_r < 0$: Quelle bewegt sich auf den Beobachter zu => Blauverschiebung

Dopplereffekt

OBJECT RECEDING:
LONG RED WAVES

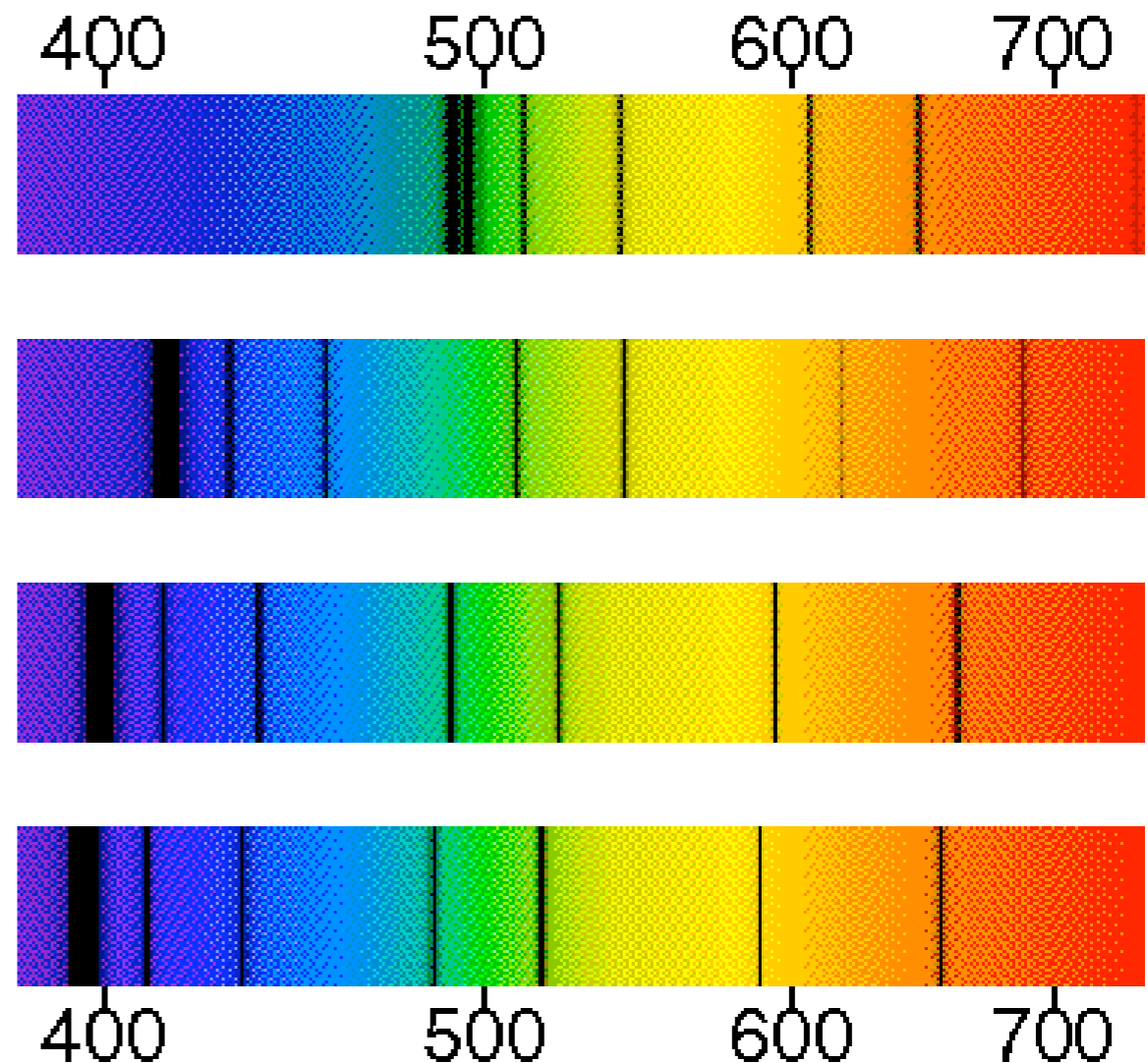



OBJECT APPROACHING:
SHORT BLUE WAVES



- Falls $v_r \approx c \Rightarrow$ die relativistische Dopplerformel

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v_r}{c}\right)^2}}{1 - \frac{v_r}{c}} - 1$$



<http://www.astro.ucla.edu/~wright/doppler.htm>

Doppler-Verschiebung der Spektrallinien
 \Rightarrow Information über die Geschwindigkeit des Objekts

Die Magnitudenskala

- 2. Maßsystem (neben Strahlungsstrom, Leuchtkraft, etc) für Helligkeiten.
- Hipparchus: erfand eine numerische Skala um die scheinbare Helligkeit der Sterne zu beschreiben -> 6 Größenklassen mit $m=1$ für den hellsten Stern und $m=6$ für den schwächsten.
- 19. Jahrhundert: Theorie, dass quantitative Sinneseindrücke vom menschlichen Gehirn logarithmisch verarbeitet werden => Skala, bei der eine Differenz von einer Magnitude ein konstantes Verhältnis der Helligkeiten bedeutet.
- Differenz von 5 Magnituden => Faktor 100 in Helligkeit
- Differenz von einer Magnitude => Faktor $100^{1/5} \approx 2.5$ in Helligkeit

Die Magnitudenskala

- Die Magnitudendifferenz zweier Strahlungsquellen mit den Strahlungsströmen S_1 und S_2 :

$$m_1 - m_2 = -2.5 \cdot \log_{10} \frac{S_1}{S_2}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = 10^{-0.4(m_1 - m_2)} \quad \left(\frac{S_2}{S_1} = 100^{(m_1 - m_2)/5} \right)$$

- Definition: relativ, ermöglicht nur die Angabe von Helligkeitsunterschiede
- Nullpunkt der Skala: dem (hellen) Stern α Lyrae wird die Helligkeit 0^m zugeschrieben (bei allen Wellenlängen).
- Die Hypparchus Skala wurde erweitert: von $m=-26.81$ (Sonne) zu $m=29$ für die schwächsten beobachteten Objekte => Intervall von > 55 Magnituden entspricht einem Verhältnis von $> 100^{55/5} = (10^2)^{11} = 10^{22}$ für die scheinbaren Helligkeiten!

Helligkeitssysteme

- Beobachtung: erfolgt über einen gewissen Spektralbereich; die Messapparatur spricht auf Strahlung verschiedener λ unterschiedlich an.
- Eigenschaften des Beobachtungsaufbaus => durch spektrale Empfindlichkeitsfunktion $\xi(\lambda)$ beschrieben:

Leistung an Apparatur $P_{app} = \int_0^{\infty} S(\lambda)\xi(\lambda)d\lambda$

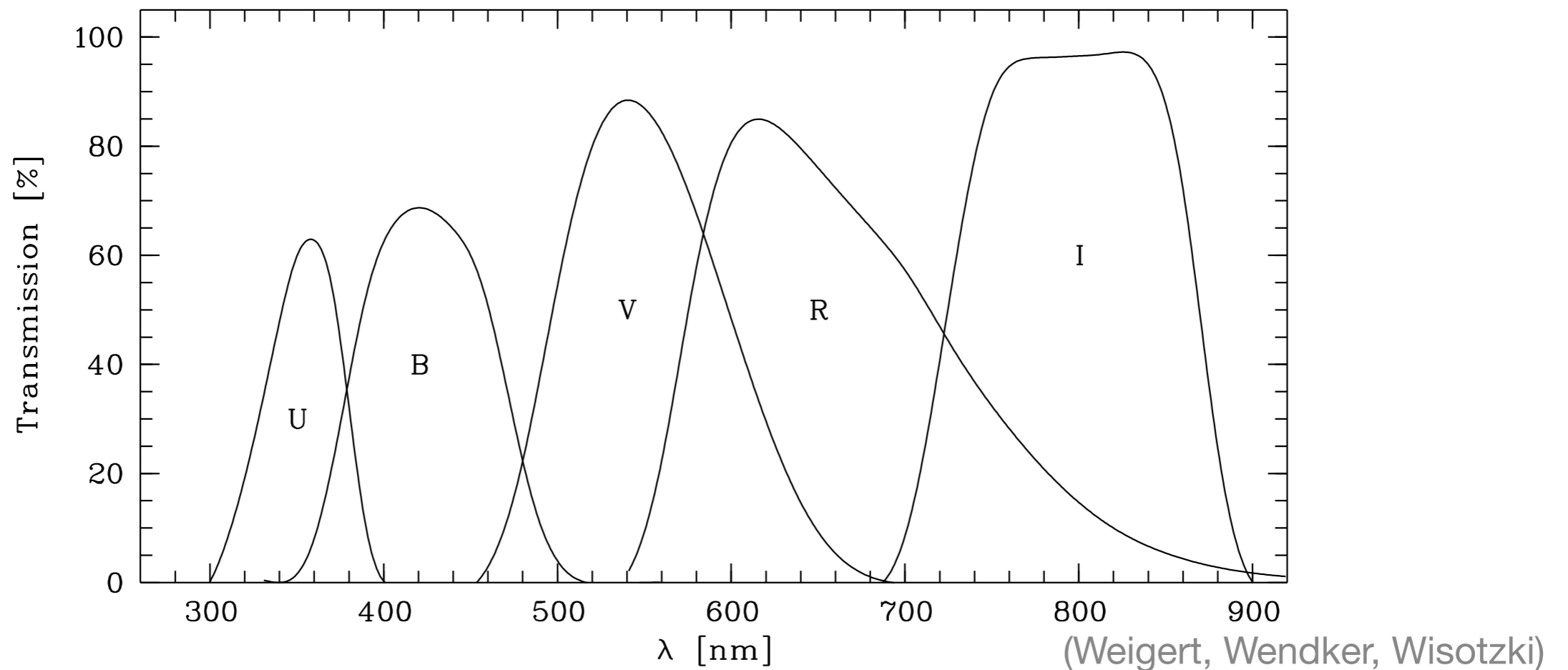
Strahlungsstrom der Quelle

- $\xi(\lambda)$: gegeben durch das Produkt der $\xi(\lambda)$ der einzelnen Komponenten des Systems (Detektor, Optik/Teleskop, Atmosphäre, ...)
- $\xi(\lambda)$: dimensionslos -> Bruchteil der durchgelassenen Energiemenge pro λ
- $\xi(\lambda)$: muss genau bestimmt werden; jedoch auch üblich, sich auf "Standardbänder" zu einigen -> möglichst unabhängig von techn.

Helligkeitssysteme

- im optischen -> “Standardbänder” - zB UBVRI (Ultraviolett, Blau, Visuell, Rot, Infrarot), danach JHKLM

Durchlässigkeit des Filters als Fkt. der Wellenlänge



**werden von viele Teleskopen/Instrumenten reproduziert;
aber auch andere Systeme gebräuchlich**

Farben

- Zur Charakterisierung der Form eines Spektrums: Verhältnis des Strahlungsstroms an zwei “Stützstellen” im Spektrum $S(\lambda_1)/S(\lambda_2)$; oder Verhältnis zweier über Standardbänder gemittelte Strahlungsströme
=> Differenz zweier Magnituden
- zB Sternkataloge: eine Helligkeit (V) + Differenzgrößen ($U-B$) oder ($B-V$)
=>Farbindizes (oder Farben)
- Umrechnung von Magnituden-Farbindizes in Strahlungsstrom-Verhältnisse

$$B - V \rightarrow \frac{S_{440nm}}{S_{550nm}} = \frac{10^{-0.4(B - B_{\alpha Lyrae})}}{10^{-0.4(V - V_{\alpha Lyrae})}}$$

=> Stern mit $B-V < 0$: “blauer” als $\alpha Lyrae$ (heisser!)

=> Stern mit $B-V > 0$: “roter” als $\alpha Lyrae$ (kühler!)