Sterne II: Atmosphären, die äußeren Schichten der Sonne

23 November, 2006

Laura Baudis, <u>Ibaudis@physik.rwth-aachen.de</u> Physikalisches Institut Ib, RWTH Aachen

Inhalt

• Die Sonne als Stern; die äußeren Schichten



Chromoshpäre

Korona

Sonnenaktivität

- Physik der Sternatmosphären
- Spektrallinien
- Analyse von Sternspektren



- Literatur:
- Carroll, Ostlie, Kapitel 9; Weigert, Wendker, Wisotzki, Kapitel 6; Unsöld, Baschek, Kapitel 7

Wiederholung: Zustandsgrößen von Sternen

- Leuchtkraft: aus gemessenen Strahlungsstrom $S = \int S_{\nu} d\nu$ und Entfernung r berechnbar:
- $L = 4\pi r^2 \cdot S$. (L kann aber auch indirekt aus dem Sternspektrum bestimmt werden.)
- Radius und Masse: nur für wenige Sterne direkt meßbar. M kann aus Doppelsternsysteme bestimmt werden, R mit interferometrischen Methoden. M und R können auch mit indirekten Methoden bestimmt werden.
- Effektivtemperatur: eigentlich ein Maß für die Flächenhelligkeit $\sigma T_{eff}^4 = (L/4\pi R^2)$
- aber auch eine Art "Oberflächentemperatur".
- Spektralklassen: diskrete Einteilung des Sternspektren
- Haupttypen (Harvard-Klassifikation): OBAFGKMLT, Unterklassen B0, B1,, B9
- Leuchtkraftklassen: Überriesen, Helle Riese, Riesen, Unterriesen, Zwerge, Unterzwerge, Weisse Zwerge (I, II, III, IV, V, VI, WD)

Die Sonne als Stern

• Die Sonne ist der Einzige Stern, den wir im Detail räumlich auflösen können

Größe	Sym.	Wert	Beobachtung
Mittl. Entfernung	а	149 Mio km	Venusradar
Masse	M	1.99 · 10 ³³ g	Erdbahn
Winkeldurchmesser	d	31′59′′	Direkte Messung
Durchmesser	D	1.39 · 10 ¹¹ cm	Aus d und a
Mittl. Dichte	ρ	1.41 g/cm ³	Aus M und D
Solarkonstante	S	1.368 · 10 ⁶ erg/s/cm ²	Bolometer
Leuchtkraft	L	3.8 · 10 ³³ erg/s	Aus S und a
Effektivtemperatur	T _{eff}	5800K	Aus L und R
Rotationsperiode am Äquator	P _{Äqu}	24d16h	Beobachtung von Sonnenflecken

(Zusammenstellung: M. Steinmetz)

Spektrum der Sonne

• Global ähnlich wie B(λ ,T) für T \approx 5800 K; jedoch modifiziert durch Absorption



Spektrum der Sonne



http://www.sternwarte.uni-erlangen.de

Die Außenschichten der Sonne

- Die Sonne erzeugt ihre Energie durch Kernfusion von H zu He. Das Innere der Sonne ist jedoch nicht direkt sichtbar (mit Hilfe elektromagnetischer Strahlung).
- Drei Bereiche der äußeren Sonne sind beobachtbar:

Photosphäre: die sichtbare "Oberfläche" der Sonne

Chromosphäre: dünnere heiße Schicht oberhalb der Photosphäre

Korona: sehr heiße von Chromospäre bis zu einigen Sonnenradien







Die Photosphäre

- Im Visuellen scheint die Sonne einen scharfen Rand zu haben; jedoch gibt es keine eigentliche "Oberfläche" -> wir beobachten eine Region, in der die solare Atmosphäre optisch dünn ist. Die Übergangsregion von optisch dick (undurchsichtig) zu optisch dünn erfolgt über ≈ 500 km.
- Photosphäre = 500 km dicke Schicht (0.07% des R₀), die den Großteil der Strahlung der Sonne in den Raum emittiert ("Lichtkugel"). Von der Erde aus: Δr ≈ 0.5" => Rand erscheint scharf
- Sonnenradius = Abstand bis zu einem mittleren Niveau der Photosphäre
- Die Eigenschaften der Photosphäre (chemische Zusammensetzung, Druck und Temperaturverlauf) bestimmen das gemessene Sonnenspektrum
- Temperatur T: 6000 K ---- 4000 K; Druck: ρ: 10⁻⁴ kg m⁻³ --- 10⁻⁵ kg m⁻³



Die Photosphäre: Mitte Rand Variation

- Der Strahlungsstrom der Sonennscheibe variiert von der Mitte der Scheibe zum Rand
- Im optischen: Randverdunkelung (stärker f
 ür gr
 ö
 ßere λ)



- Wie wir sehen werden, stammt die Strahlung aus Schichten mit $\tau\approx 1$

Die Photosphäre

- erscheint als helle und dunkle Regionen => Granulation
- helle Elemente (Granulen): Durchmesser von bis zu 1000 km, mittlere Lebensdauer ~ Minuten
- Erklärung: die darunterliegende Konvektionszone dringt in die Photosphäre ein heißere Turbulenzelemente steigen auf, kühlere sinken ab => ΔT ≈ 200 - 300 K



Die Chromosphäre

- Schichten bis $z\approx 10^3$ km über der Photoshpäre, dh Bereich bis $r\approx 1.01~R_0$
- Dichte nach außen: $\rho/\rho_{photo} \sim 10^{-1} \dots 10^{-4}$
- Temperatur nach außen: 6000 K 25 000 K => jedoch beträgt die Intensität der Abstrahlung nur ~ 10⁻⁴ derjenigen der Photosphärenstrahlung!
- Sichtbar nur in Emissionslinien (zB H α) oder bei totaler Sonnenfinsternis
- Strukturen: Super-Granulen ($\emptyset \approx 30 \times 10^3$ km, ~ 1000 Granulen), vertikale Gasfilamente "Spikulen",

die sich bis zu ~ 10^4 km erstrecken



Totale Sonnenfinsternis von 1999



Die Korona

- Extrem verdünnte, äußere Hülle der Sonne, bis einige 10⁶ km ins Weltall
- Dichte des Gases: $\rho \approx 10^{-15}$ kg m⁻³; Strahlungsintensität $\approx 10^{-6}$ der Intensität der Scheibenmitte

=> nur bei Sonnenfinsternis beobachtbar

- Spektrum: kontinuierlich im Optischen (Photosphärenlicht streut an den e⁻ der Korona), plus Emissionslinien (Fe¹³⁺, Ca¹⁴⁺) hochionisierter Atome => hohe T ≈ 10⁶ K => Eigenstrahlung im Röntgenbereich
- Form: variabel, hängt von der Sonnenaktivität ab



Totale Sonnenfinsternis von 1999



Die Korona

- Röntgenbild: dichtere Bereiche sind entlang von Magnetfeldlinien angeordnet
- Wie wird die Korona aufgeheizt? (da es ja nicht möglich ist, Wärme von der "kalten" Photosphäre in die heiße Korona zu transportieren!)

=> über die Umwandlung magnetischer Energie in Wärmeenergie durch "Annihilation" von Magnetfeldern (siehe folgende slides)

• Kühlung: ineffektive Abstrahlung + Wärmeleitung => hohe Temperaturen der Korona





Röntgenbild der Sonne, August 1992, APOD

Der Sonnenwind

- Hohe Koronatemperaturen => hohe Teilchengeschwindigkeiten => Koronamaterie entweicht nach außen => Teilchenstrom aus p, e⁻ und α's => Sonnenwind
- Was ist der Massenverlust pro Jahr?
- Mittlerer Teilchenfluss: $10^{11} 10^{12} \text{ m}^2\text{s}^{-1} => \text{Verlustrate der Korona: } 10^{35} 10^{36} \text{ Teilchen/s. Mit}$ $m_p = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} => \approx 10^{-14} \text{ M}_0\text{/Jahr}$
- Sonnenwindplasma trägt auch Magnetfelder mit
 > bei WW mit Erdmagnetfeld => deformierbare
 Magnetosphäre, die vom Sonnenwind umströmt wird
- Sonnewind wurde bis zu ≈ 50 AE von Planetensonden gemessen, danach => Heliopause (Staudruck des diffusen Gases des interstellarem Raum = Druck des nach außen strömenden Sonnenwindes)



Aktivität der Sonne

- Sonnenflecken: dunklen Kern (Umbra), Ø ~ 50x10³ km, umgeben von Penumbra; große Flecken treten oft in Gruppen auf, Lebensdauer: wenige Tage bis zu 4 Monaten
- Relative Dunkelheit der Flecken: ∆T = 2000 K herrvorgerufen durch starke Magnetfeldern, deren Feldlinien die Sonnenoberfläche in den Flecken durchstoßen (B bis zu 0.4 T)





Bipolare Gruppe

http://www.esa-spaceweather.net/

Aktivität der Sonne



- Häufigkeit der Sonnenflecken variiert mit der Zeit => 11-jähriger Sonnenfleckenzyklus
- Vollständiger Zyklus: 22 Jahre; nach 11 Jahren polt sich das Magnetfeld der Sonne um



Solares Magnetfeld

• ein Dipolfeld, zumindest global

09999999999999

- Stärke kann stark in lokalisierten Regionen stark variieren, in der Nähe der Oberfläche ist dieses \approx einige Gauss (Magnetfeld in den Nähe der Erdoberfläche \approx 0.6 G)
- Offene Feldlinien: Teilchen können entweichen (Sonnenwind); geschlossene Linien: Teilchen sind gefangen



Aktivität der Sonne

- Fackeln: ausgedehnte Gebiete überhöhter Helligkeit (10%) -> Überhitzung der höheren Sonnenschichten
- Protuberanzen: leuchtende Gebilde, über den Sonnenrand hinausgehend -> Materie wird in starken Magnetfeldern oberhalb der Sonnenoberfläche gehalten
- Eruptionen: 10 90 min dauernde Helligkeitsausbrüche in der Chromosphäre. Treten in Fleckengruppen auf, oft begleitet von eruptiven Protuberanzen. Die UV und Röntgenemission der hohen Sonnenschichten steigt stark an => Störung der irdischen Ionosphäre und Verstärkung der kosmischen Strahlung







Physik der Sternatmosphären

• Sternatmosphäre:

Teil der äußeren Hülle des Sterns, welche die Abstrahlung in den Weltraum bewirkt

Kompakt: die Dicke ist gegen den Sternradius vernachlässigbar

• Charakterisiert durch folgende Größen:

Effektivtemperatur T_{eff}

Gravitationsbeschleunigung g

Chemische Zusammensetzung

• Mit Hilfe von: hydrostatischem Gleichgewicht, Energietransport, Zustandsgleichungen und Materialeigenschaften ergeben sich

Druck als Funktion der Tiefe $\rho(r)$

Temperatur als Funktion der Tiefe T(r)

spektrale Intensität Iv

• (umgekehrt kann man aus I_{ν} bei bekannten Materialeigenschaften T_{eff} , g und die chem. Zusammensetzung bestimmen)

Physik der Sternatmosphären

• Unser Ziel:

Beschreibung von Aufbau und Zusammensetzung der Photosphäre, insbesondere T(r), p (r)

• Annahmen:

Atmosphäre ist dünn, Schichtdicke << R_{Stern}

=> Schwerebeschleunigung g ist konstant

=> Darstelung als planparallele Schichtung

Stabiler Zustand, hydrostatisches Gleichgewicht

Einzige Energiequelle = Sterninneres

Lokales thermodynamisches Gleichgewicht (LTE):

-> in jeder (planparallelen) Schicht herrscht TE

Energietransport durch Strahlung

- Energiequelle der Sterne: Kernfusion in Zentralregion des Sterns
- Frage: wie wird Energie durch die Photosphäre von innen nach außen transportiert?
- Konvektion (Materietransport)?

Bedeutend im Sterninneren; in Atmosphären nur bei sehr kühlen Sternen

• Direkter Übertrag durch Strahlung?

Dominiert Energietransport in Sternatmosphären

=> wir benötigen die **Strahlungstransportgleichung** (siehe 2. Vorlesung, 'Strahlung und Materie'):



Energietransport durch Strahlung

• Mit der Definition der optischen Tiefe $d\tau_v = \kappa_v ds$ und der Quellfunktion $\frac{\mathcal{E}_v}{\kappa_v} \equiv S_v$ hatten wir:



 Da der Energietransport also durch Strahlung bewirkt wird, können wir die Atmosphäre im Strahlungsgleichgewicht annehmen. In jeder Tiefe mit Temperatur T(r) gilt der Kirchhoffsche Satz, wobei die Quellfuntion durch die Planckfunktion gegeben ist:

$$S_{\nu} = \frac{\mathcal{E}_{\nu}}{\kappa_{\nu}} = B_{\nu}(T) \implies \mathcal{E}_{\nu} = \kappa_{\nu} B_{\nu}(T)$$

Integration durch eine Box:

$$= I_{v}(\tau_{v}) = I_{v}^{0}e^{-\tau_{v}} + B_{v}(T)(1-e^{-\tau_{v}})$$

Strahlung, die von der Anfangsintensität übrigbleibt

Strahlung, die entlang des Weges emittiert wird



Planparallele Näherung

- Im Prinzip:
- sollten wir sphärische Geometrie betrachten

$$\frac{dI_{v}}{ds} = \frac{\partial I_{v}}{\partial r} \cos \vartheta + \frac{\partial I_{v}}{\partial \cos \vartheta} \frac{1 - (\cos \vartheta)^{2}}{r}$$

• da jedoch die geometrische Dicke der Photoshäre

<< als der Sternradius ist => planparallele Näherung

$$\frac{dI_{v}}{ds} = -\cos\vartheta \frac{\partial I_{v}}{\partial x}$$



Strahlungstransportgleichung für Sterne

θ



dx ds $\cos\vartheta \frac{dI_v}{d\tau_v} = I_v(\vartheta) - S_v$ x +dx zum Sternzentrum

Х

• $= \cos \theta$ - Faktor und Vorzeichenwechsel - da wir jetzt von Außen nach Innen schauen, entlang

$$d\tau_v = -\kappa_v dx$$

Um die Intensität an der Oberfläche zu bestimmen, multiplizieren wir mit exp(-τ secθ)=exp(-u):

$$\frac{dI_{v}(\vartheta)}{du}e^{-u} - I_{v}(\vartheta)e^{-u} = -S_{v}e^{-u}$$

$$Umformen \Rightarrow \frac{d(I_{v}(\vartheta)e^{-u})}{du} = -S_{v}e^{-u}$$

$$Intergration von 0 \text{ bis } \infty \Rightarrow \left[I_{v}(\vartheta)e^{-u}\right]_{0}^{\infty} = -\int_{0}^{\infty}S_{v}(\tau_{v})e^{-u}du$$

$$I_{v}(0,\vartheta) = \int_{0}^{\infty}S_{v}(\tau_{v})e^{-u}du$$

$$I_{v}(0,\vartheta) = \int_{0}^{\infty}S_{v}(\tau_{v})e^{-u}du$$

Strahlungstransportgleichung für Sterne

• Annahme für die Quellfunktion:

 ∞

$$S_{v}(\tau_{v}) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{n} \tau_{v}^{n} = a_{0} + a_{1} \tau_{v} + a_{2} \tau_{v}^{2} + \dots + a_{n} \tau_{v}^{n}$$

• Mit:

$$\int_{0}^{0} x^{n} e^{-x} dx = n!$$
$$u = \tau \sec \vartheta \to \tau = u \cos \vartheta$$

$$\rightarrow$$

$$\boldsymbol{I}_{v}(0,\vartheta) = \boldsymbol{a}_{0} + \boldsymbol{a}_{1}\cos\vartheta + 2\boldsymbol{a}_{2}\cos\vartheta^{2} + \dots + \boldsymbol{n}\boldsymbol{a}_{n}\cos\vartheta^{n}$$

• Nehmen wir nur die ersten 2 Termen der Entwicklung => Edington-Barbier Näherung

$$\boldsymbol{I}_{v}(0,\vartheta) = \boldsymbol{a}_{0} + \boldsymbol{a}_{1}\cos\vartheta = \boldsymbol{S}_{v}(\tau_{v} = \cos\vartheta)$$

=> in dieser Näherung für die Quellfunktion ist die optische Tiefe an der Oberfläche zwischen 0 und 1

Randverdunkelung

- Damit können wir die **Randverdunkelung** erklären:
- aus den Sternmitte sehen wir Strahlung, die den Stern senkrecht zur Oberfläche verlässt

$$I_{v}(0,0) = a_{0} + a_{1}\cos 0 = a_{0} + a_{1}$$

• am Rand verlässt die Strahlung die Oberfläche unter einem Winkel

$$I_{v}(0,90) = a_{0} + a_{1}\cos 90 = a_{0}$$

=> **Randverdunkelung** weil Sterne einen T-Gradienten haben! Sie sind heißer in tieferen Schichten als in den äußeren Regionen der Atmosphären

• Mitte-Rand Variation der Sonne





Chromosphäre und Korona: obwohl $\frac{\mathcal{E}_{v}}{\mathcal{K}_{v}}$ groß ist (da hohe T!), \mathcal{K}_{v} ist der Beitrag zur Sonnenstrahlung sehr klein -> da \mathcal{K}_{v} klein ist (kleine ρ !):

der Beitrag $d\tau_v$ zur optischen Tiefe ist klein

Strahlungsfluss aus der Atmosphäre

• Da die Scheiben meister Sterne nicht aufgelöst sind, müssen wir den Gesamtenergiefluss berechnen, den wir definiert hatten als:

$$\boldsymbol{F}_{v}(\tau_{v}) = \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \boldsymbol{I}_{v}(\tau_{v},\theta) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi$$

• Lösen wir das Integral mit der linearen Eddington-Barbier-Näherung (Hausaufgabe!), so erhalten wir die Eddington-Barbier Beziehung:

$$F_{v}(0) = \pi(a_{0} + \frac{2}{3}a_{1}) = \pi S_{v}(\tau_{v} = \frac{2}{3})$$

=> der Strahlungsfluss aus der Sternoberfläche ist π x die Quellfunktion bei einer optischen Tiefe von 2/3

Graue Atmosphären

• Nehmen wir nun lokales thermodynamisches Gleichgewicht (LTE) an:

$$F_{v}(0) = \pi S_{v}(\tau_{v} = \frac{2}{3}) = \pi B_{v}(T(\tau_{v} = \frac{2}{3}))$$

 Wir nehmen weiter an, dass die Absorptionskoeffeizient unabhängig von v ist => solch eine (hypothetische) Atmosphäre wird graue Atmosphäre genannt (_{K_ν} = _K):

$$\boldsymbol{F}_{v}(0) = \boldsymbol{\pi}\boldsymbol{B}_{v}(\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\tau}=\frac{2}{3}))$$

 Die Energieverteilung von F_ν ist diejenige eines Schwarzkörpers bei der Temperatur der optischen Tiefe τ=2/3. Integration über v liefert:

$$F(0) = \int_{0}^{\infty} F_{\nu}(0) d\nu = \pi \int_{0}^{\infty} B_{\nu}(T(\tau = \frac{2}{3})) d\nu = \sigma T^{4}(\tau = \frac{2}{3})$$

• Aus dem Stefan-Boltzmann Gesetz ist $F(0) = \sigma T_{eff}^4$ durch Definition, somit finden wir dass

$$T_{eff} = T(\tau = \frac{2}{3})$$

=> Die "Oberfläche" eines Sterns, die eine Temperatur T_{eff} besitzt (durch Definition) befindet sich nicht am oberen Ende der Atmosphäre (wo τ =0), sondern tiefer, bei τ =2/3. Dies kann man als mittlerer Emissionsort der beobachteten Photonen betrachten.

• Gegeben sind folgende Parameter:

- Effektivtemperatur Teff
- Oberflächen-Schwerebeschleunigung g=GM/R²
- Chemische Zusammensetzung => mittleres Molekulargewicht

Leuchtkraft L

• Genauer: basierend auf die Saha- und Boltzmann-Gleichungen haben wir folgende Abhängigkeiten:

relative Ionisationszustände hängen von Teff und ne ab

relative Besetzungszahlen bei gegebenem Ionisationszustand hängen nur von der Temperatur ab

absolute Besetzungszahlen hängen von der chemischen Häufigkeite eines Elements, T_{eff}, n_e und von der Dichte ρ oder der Schwerebeschleunigung g ab

• Ziel: Aufstellung eines Gleichungssystems, dessen Lösungen die Temperatur T(r) und Dichteverläufe ρ(r) darstellen

• "Oberfläche" = definiert als Radius, für den τ = 2/3 ist

• Gleichungen:

• Hydrostatisches Gleichgewicht

$$\frac{dP}{dr} = -g \cdot \rho(r)$$
• aus $dF_g + dF_p = 0$
• mit: $dF_g = -\frac{GM_r dm}{r^2} = -\frac{GM_r \rho(r)}{r^2} dAdr = -\frac{GM_r \rho(r)}{R^2} dAdr = -g\rho(r) dAdr$

• Zustandsgleichung: Ideales Gas

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}) = \rho(\boldsymbol{r}) \cdot \frac{\boldsymbol{k}_{B} \boldsymbol{T}(\boldsymbol{r})}{\overline{\mu} \boldsymbol{m}_{H}}$$

dr

• Energietransport durch Strahlung

$$\cos\vartheta \frac{dI_v}{d\tau_v} = I_v(\vartheta) - S_v$$

• Energieerhaltung in jeder Schicht

$$\iint I_{\nu} d\nu d\Omega = \int F_{\nu} d\nu = \sigma \cdot T(r)^4$$

• Abhängigkeit des Absorptionskoeffizienten vom lokalen Zustand (Materialfunktion)

$$\kappa_v = \kappa_v(\boldsymbol{T}, \boldsymbol{\rho})$$

• Die Gleichungssysteme werden i.A. numerisch für T(r) und $\rho(r)$ gelöst

=> Modellatmosphären



Weigert, Wendker, Wisotzki

Analyse von Sternspektren

- Aus T(r) und ρ(r) f
 ür die
 äußeren Schichten (bis τ >> 1) folgt bei gegebener chemischer Zusammensetzung eindeutig der Verlauf der spektralen Energieverteilung F(v)
- In der Praxis: iterativer Prozess
 - 1. Vorgabe von T_{eff}, g, chemischer Zusammensetzung
 - => Berechnung des Spektrums
 - 2. Vergleich mit beobachtetem Spektrum
 - 3. Modifikation der Eingabeparameter

Absorptionsquerschnitt

• Hauptquellen der Absorption in Sternatmosphären

gebunden-frei Übergänge

frei-frei Übergänge

gebunden-gebunden Übergänge

- Quantitative Beschreibung individueller Wechselwirkungsraten durch Absorptionsquerschnitt a_{v,X} muss von Atomphysik f
 ür gegebenes Atom/Ion X geliefert werden
- Zusammenhang mit Linien-Absorptionskoeffizienten (κ^L):

$$\kappa_v^L = \sum_X (a_{v,X} \cdot n_X)$$

- Summe über alle Spezies X
- n_x = Teilchendichte der Spezie X

Absorptionsquerschnitt

• Beitrag verschiedener gebunden-freier Übergänge zum Absorptionsquerschnitt



Weigert, Wendker, Wisotzki

Spektrallinien

- Strahlungstransport in Spektrallinien
- Äquivalente Breite
- Linienprofile
- Natürliche Linienbreite
- Druckverbreiterung
- Dopplerverbreiterung
- Quantitative Analyse



Strahlungstransport in Spektrallinien

 Absorptionslinien in den Spektren der Kontinua sind eine Folge der Linienabsorptionskoeffizienten κ_L, durch gebunden-gebunden Übergänge. Der Absorptionskoeffizient im Bereich einer Spektrallinie ist

$$\kappa_{v} = \kappa_{v}^{K} + \kappa_{v}^{L}$$

• Bei gegebener geometrischen Tiefe x ergeben sich unterschiedliche optische Tiefen innerhalb der Linie und im Liniennahen Kontinuum:

$$\tau_{v}^{\kappa}(\boldsymbol{x}) = \int_{-\infty}^{x} \kappa_{v}^{K} d\boldsymbol{x}'$$
$$\tau_{v}(\boldsymbol{x}) = \int_{-\infty}^{x} (\kappa_{v}^{K} + \kappa_{v}^{L}) d\boldsymbol{x}'$$

- Die Intensität an der Oberfläche des Stern ergibt sich für die jeweiligen optischen Tiefen im Kontinuum zu $I_v^{\kappa}(0,\vartheta)$ und in der Linie zu $I_v(0,\vartheta)$
- Die Linieneinsenkung ist:

$$\mathbf{r}_{v}(0,\vartheta) = \frac{\mathbf{I}_{v}^{\kappa}(0,\vartheta) - \mathbf{I}_{v}(0,\vartheta)}{\mathbf{I}_{v}^{\kappa}(0,\vartheta)}$$

Strahlungstransport in Spektrallinien

• Mit der Eddington-Barbier-Näherung und unter Annahme von LTE folgt:

$$r_{v}(0,\vartheta) = \frac{S_{v}(\tau_{v}^{\kappa} = \cos\vartheta) - S_{v}(\tau_{v} = \cos\vartheta)}{S_{v}(\tau_{v}^{\kappa} = \cos\vartheta)} = \frac{B_{v}(T(\tau_{v}^{\kappa} = \cos\vartheta)) - B_{v}(T(\tau_{v} = \cos\vartheta))}{B_{v}(T(\tau_{v}^{\kappa} = \cos\vartheta))}$$

 => da die Opazität in der Linie erhöht ist, entsteht die Linienstrahlung in einer geometrisch geringeren Tiefe als die Kontinuumsstrahlung



Intensitätsverlauf der Strahlung für gegebene ν-Anhängigkeit von κ

Äquivalente Breite

 Die Gesamtfläche einer Spektrallinie dividiert durch den Kontinuum-Fluss F_c wird äquivalente Breite genannt, dh ein Integral über eine Linientiefe R_λ

$$W_{\lambda} = \int \frac{F_c - F_{\lambda}}{F_c} d\lambda = \int R_{\lambda} d\lambda$$

- => Messung der Flusses relativ zum Kontinuum
- Die äquivalente Breite ist identisch mit einer rechteckigen Linie der Breite W_{λ}



Linienprofile

- Die Linienprofilfunktion ist eine Funktion von Τ, ρ. Ihre Form wird durch Strahlungsdämpfung und Dopplereffekt bestimmt
- Strahlungsdämpfung: durch Strahlungsübergänge und Stöße bewirkt => Lorentzprofil

$$L(v) = \frac{\gamma}{(2\pi(v - v_0))^2 + (\gamma / 2)^2}$$

• die Dämpfungskonstante $\gamma = \gamma_r + \gamma_c$ aus Strahlungsanteil + Stoßanteil mit Übergangswarscheinlichkeiten von $10^7 - 10^9 \text{ s}^{-1}$ bzw 10^9 s^{-1} und daher **Linien**halbwerstbreiten von $10^{-6} - 10^{-4}$ nm bzw 10^{-4} nm



Linienprofile

 Dopplereffekt : durch absorbierende und emittierende, thermisch bewegte Atome bewirkt. Die Maxwell-Boltzmann-Verteilung der Geschwindigkeiten resultiert in eine Dopplerverbreiterung jeder emittierten oder absorbierten monochromatischer Frequenz gemäß der Verteilung

$$D(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta v_D} \exp \left[-\left(\frac{v - v_D}{\Delta v_D}\right)^2 \right], \text{ wobei } \Delta v_D = \frac{v_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m_A}} \qquad \begin{array}{l} v_0 = \text{Zentral frequenz} \\ m_A = \text{Atommasse} \\ \Delta v_D = \text{Doppler breite} \end{array} \right]$$

- typische Dopplergeschwindigkeiten: einige km/s => Halbwertsbreiten von einigen 10⁻³ nm
- Resultierendes Linienprofil: aus Faltungsintegral des Lorentzprofils mit dem Dopplerprofil => Voigt
 Profil

$$\Phi(v) = \int L(v - v')D(v')dv'$$

 Das Verhätnis des Linienbreiten durch Dämpfung und Dopplereffekt ist iA klein => der Dopplereffekt überwiegt; jedoch beeinflusst das Lorenztprofil die Linienflügel stärker als das Dopplerprofil



Qualitative Interpretation von Sternspektren

- Anhand der Saha und Boltzmann Gleichungen:
- H ist häufiges Element in allen HR-Sternen; jedoch erhebliche Variation der Stärke von Spektrallinien:

In Sternen mit $T_{\text{eff}} \leq 5000$ K sind Balmer-Linien kaum nachweisbar.

Erklärung: H ist überwiegend im Grundzustand, n₂/n₁ <<1

Balmer-Linien werden stärker für T_{eff} -> 10000 K (Typ A0)

Erklärung: n₂ wächst mit steigender Temperatur

In sehr heißen Sternen werden Balmer-Linien wieder schwächer

Erklärung: Bei $T_{eff} > 10000$ K wird immer mehr H zu H⁺ (HII) ionisier

• Ähnlich auch für den "Balmer-Sprung" (gebunden-frei Übergang)

Qualitative Interpretation von Sternspektren

- Helium hat sehr hohes Ionisationspotential; daher findet man es im ionisierten Zustand (He⁺, Hell) nur bei sehr heißen Sternen
- Linien neutraler Metalle nur in kühlen Sternen (Ca⁰, Fe⁰, ...)
- Linien hochionisierter Metalle (C³⁺, Si³⁺) nur in UV-Spektren sehr heißer Sterne
- Überriesen haben kleiners g=GM/R², dh weiter ausgedehnte Atmosphären, dh kleiner Elektronendichten n_e als Hauptreihensterne. Weil n_{i+1}/n_i in der Saha Gleichung von 1/n_e abhängt, ist also der Ionisationsgrad höher als bei Hauptreihensterne der gleichen Effektivtemperatur T_{eff}

Quantitative Spektroskopie

- Detailierter Vergleich von theoretischer Prognose und Beobachtungen liefert Teff und g.
- Beispiel: Ca II H+K Linien



Elementhäufigkeit

- Anwendung der quantitativen Spektroskopie: Bestimmung der chemischen Häufigkeiten der Elemente in den Sternatmosphären
- => viele Sterne haben chemische Häufigkeiten sehr ähnlich der Sonne
- => Abweichungen treten in der Regel gekoppelt auf: schwere Elemente (> He, "Metalle") entweder häufiger oder seltener als in der Sonne

$$[X/H] = \log\left(\frac{n(X_{\star})}{n(H_{\star})}\right) - \log\left(\frac{n(X_{\odot})}{n(H_{\odot})}\right) \qquad \text{relative Häufigkeit von X relativ zu} \\ \text{H und relativ zur Sonne}$$

