

Kosmologie II: Strukturbildung (numerische Simulationen), CMB und Kosmologische Parameter

05. Juli 2007

Laura Baudis, lbaudis@physik.rwth-aachen.de
Physikalisches Institut Ib, RWTH Aachen

Inhalt

- Strukturbildung:
 - Numerische Simulationen
 - Profil von Halos dunkler Materie
- Probleme des Standardmodells der Kosmologie
- Inflation
- Winkelfluktuationen der CMB
- Beschreibung der CMB Anisotropie
- Experimente und Ergebnisse

- Literatur:
 - Schneider, Kapitel 7, 8; Carrol and Ostlie, Kapitel 29, 30

Numerische Simulationen

- Analytische Theorien (zB lineare Störungstheorie, sphärisches Kollapsmodell) beschreiben nur Grenzfälle der Strukturentwicklung; die gravitative Dynamik ist iA zu kompliziert, um im Detail analytisch untersucht zu werden.
- Die Strukturentwicklung wird daher mit Hilfe numerischer Methoden simuliert; da das Universum von dunkler Materie dominiert ist, wird oft nur das Verhalten der dunklen Materie berechnet und daher die Gravitation als einzigen wirkenden Prozess betrachtet (in letzter Zeit werden jedoch auch hydrodynamische und Strahlungstransport- Prozesse simuliert)
- **Prinzip der Simulationen:**
 - das Verhalten der dunklen Materie im expandierenden Universum wird untersucht; man kann nicht die einzelnen Teilchen der dunklen Materie verfolgen, sondern man repräsentiert die Teilchen der dunklen Materie durch Körper der Masse M und nimmt an, ein solcher Körper verhält sich wie ein DM Teilchen in einem Volumen $V = M/\rho$ (Annahme im Detail nicht richtig, siehe spätere Modifikationen)
 - man kann nicht das gesamte räumliche Volumen des Universums simulieren, sondern nur einen repräsentativen Ausschnitt; typischerweise wird ein mitbewegter Würfel der Kantenlänge L gewählt; da man die Strukturentwicklung verstehen will, sollte L so groß sein, dass es praktisch keine Fluktuationen auf Skalen $> L$ gibt (ist L zu klein, vernachlässigt man den Einfluss von großskaligen Fluktuationen auf die Strukturentwicklung); zB findet man wenig Struktur im Universum auf Skalen $\geq 200h^{-1}\text{Mpc}$, so dass $L = 200h^{-1}\text{Mpc}$ ein guter Wert ist
 - da die Gravitationskraft eines Teilchens in der Nähe des Randes von Materie auserhalb des Würfels beeinflusst wird, setzt man den Würfel periodisch fort (da man annimmt, auf Skalen $> L$ ist das Universum homogen) => die Massenverteilung (und auch das Kraftfeld) ist periodisch, mit Periode L . Quantitative Auswertung der Resultate daher auf Skalen $\leq L/2$.

Prinzip der numerischen Simulationen

- Bewegungsgleichung aller Teilchen: die Kraft auf das i-te Teilchen ist die Summe der Kräfte aller anderen Teilchen:

$$\vec{F}_i = \sum_{j \neq i} \frac{M^2 (\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3}$$

→ insbesondere schließt das Kraftgesetz ein, dass 2 Teilchen stark stoßen können, zB ihre Richtung in einer Kollision um 90° ändern können (dies ist eine Folge der Ersetzens der DM Teilchen durch ‘makroskopische’ Teilchen der Masse M); um diesen Artefakt zu korrigieren, modifiziert man das Kraftgesetz für kleine Abstände, so dass solche Stöße nicht vorkommen können. Die Längenskala, unterhalb derer das Kraftgesetz modifiziert (‘aufgeweicht’) wird, und vom $\sim 1/r^2$ abweicht, wird ‘softening length’ genannt, und beträgt in etwa den mittleren Abstand zweier Teilchen der Masse M - dh je kleiner M, desto kleiner die ‘softening length’. Dies impliziert auch Grenzen an die Auflösung der Simulationen: \leq Skalen sind nicht aufgelöst

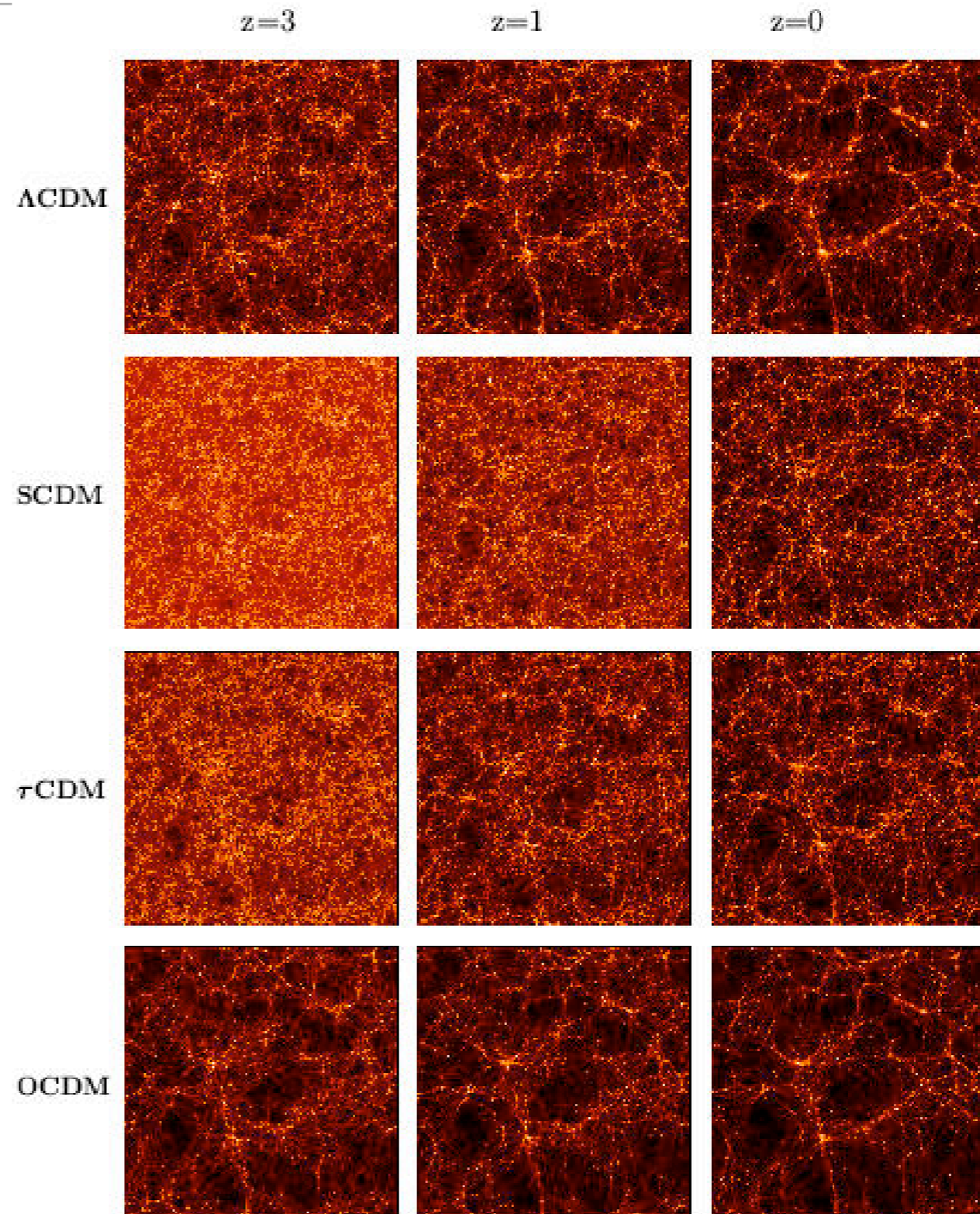
→ die Berechnung der Kraft auf die einzelnen Teilchen durch Summation ist praktisch nicht durchführbar. Angenommen, die Simulation verfolgt 10^8 Teilchen, dann müssten 10^{16} Summanden berechnet werden, für jeden Zeitschritt! Die Berechnung der Kraft erfolgt typischerweise durch ein FFT (fast fourier transform) genanntes Verfahren: das Kraftfeld wird auf einem festen Gitter mittels Fourier-Transformationen berechnet; durch die Einführung des Gitters ergibt sich untere Schranke der Auflösung, die oft so gewählt wird, dass sie mit der ‘softening length’ übereinstimmt

Prinzip der numerischen Simulationen

- Die **Anfangsbedingungen** werden bei sehr hohen Rotverschiebungen gesetzt; die Teilchen werden dann so verteilt, dass das Leistungsspektrum der resultierenden Massenverteilung gerade dem theoretisch bekannten Leistungsspektrum $P(k,z)$ entspricht
- Die **Bewegungsgleichung** der Teilchen mit dem wie oben beschriebenen Kraftfeld werden in der Zeit integriert. Der Zeitschritt ist dabei kritisch: die Kraft auf Teilchen mit relativ nahen Nachbarn ändert sich schneller als jene auf ziemlich isolierte Teilchen; meistens wird der Zeitschritt für verschiedene Teilchen individuell variiert
- Für verschiedene Zeitpunkte werden dann **Teilchenpositionen- und Geschwindigkeiten** abgespeichert; die Resultate der Simulationen können dann analysiert werden
- Die Größe der Simulationen, gemessen in Anzahl der berechneten Teilchen ist in den letzten Jahren mit der Kapazität der Rechner stark angestiegen > **512³ Teilchen** werden in modernen Simulationen verfolgt
- Simulationen, die größeres Volumen umfassen, wurden auch durchgeführt; die bekannteste: die Hubble-Volumen Simulation der VIRGO-Kollaboration, bei der ein signifikanter Ausschnitt des sichtbaren Universums modelliert wurde
- Der direkte Kontakt zwischen den Ergebnissen der Simulationen dunkler Materie mit beobachteten Eigenschaften des Universums benötigt ein Verständnis über den Zusammenhang dunkler und leuchtender Materie, wie zB Galaxien, darauf gehen wir später ein

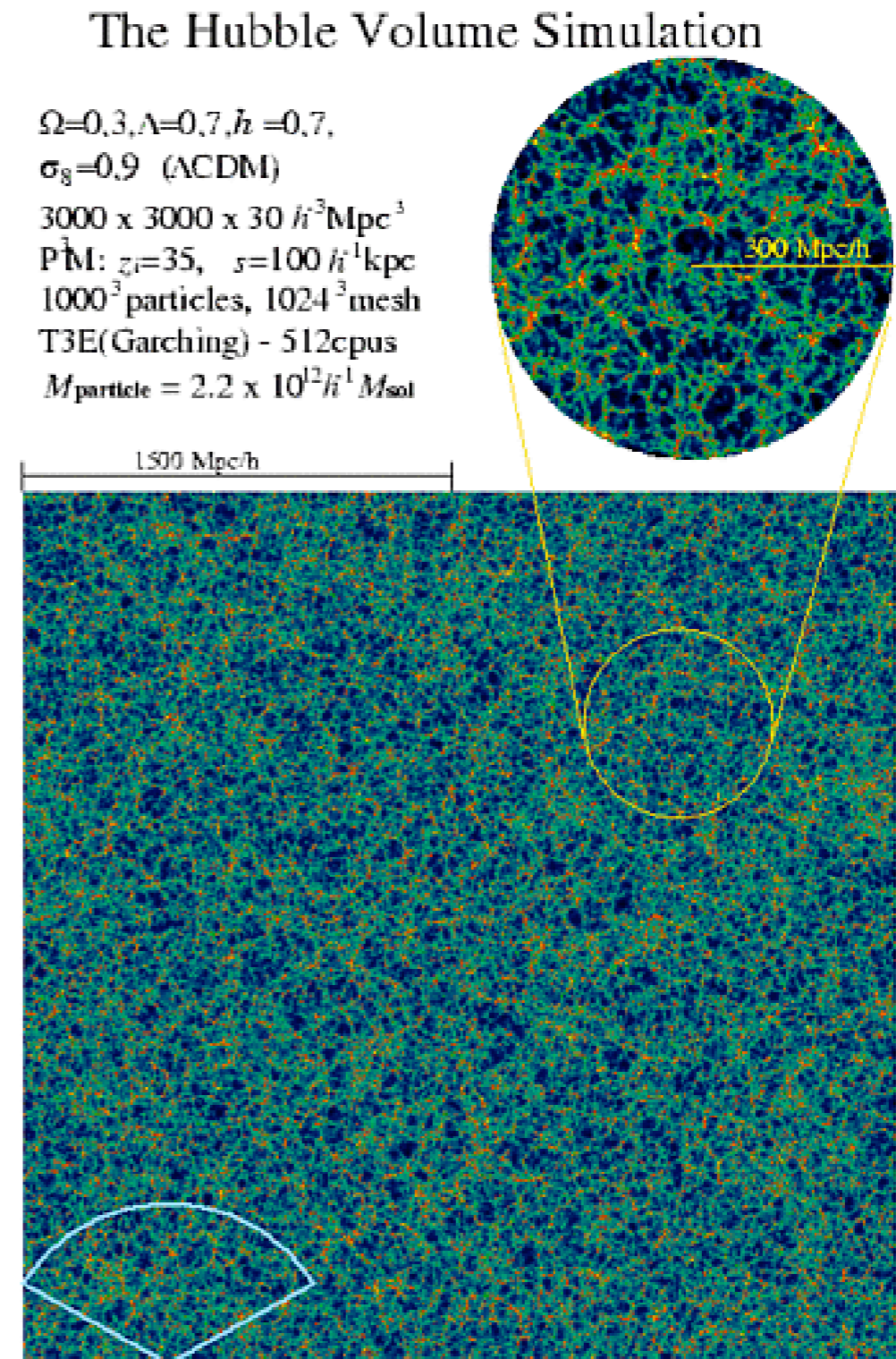
Beispiele für kosmologische Simulationen

- **VIRGO Kollaboration (1996)**
 - $N = 256^3$ Teilchen
 - $L = 240 h^{-1}$ Mpc
 - Λ CDM: $\Omega_m = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7$
 - SCDM: $\Omega_m = 1.0, \Omega_\Lambda = 0.0$ ($P(k)$)
 - τ CDM: $\Omega_m = 1.0, \Omega_\Lambda = 0.0$ ($P'(k)$)
 - OCDM: $\Omega_m = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.0$
- die Materieverteilung unterscheidet sich deutlich bei hohen z
- => Unterscheidung zwischen den Modellen durch Untersuchungen bei hohen Rotverschiebungen



Beispiele für kosmologische Simulationen

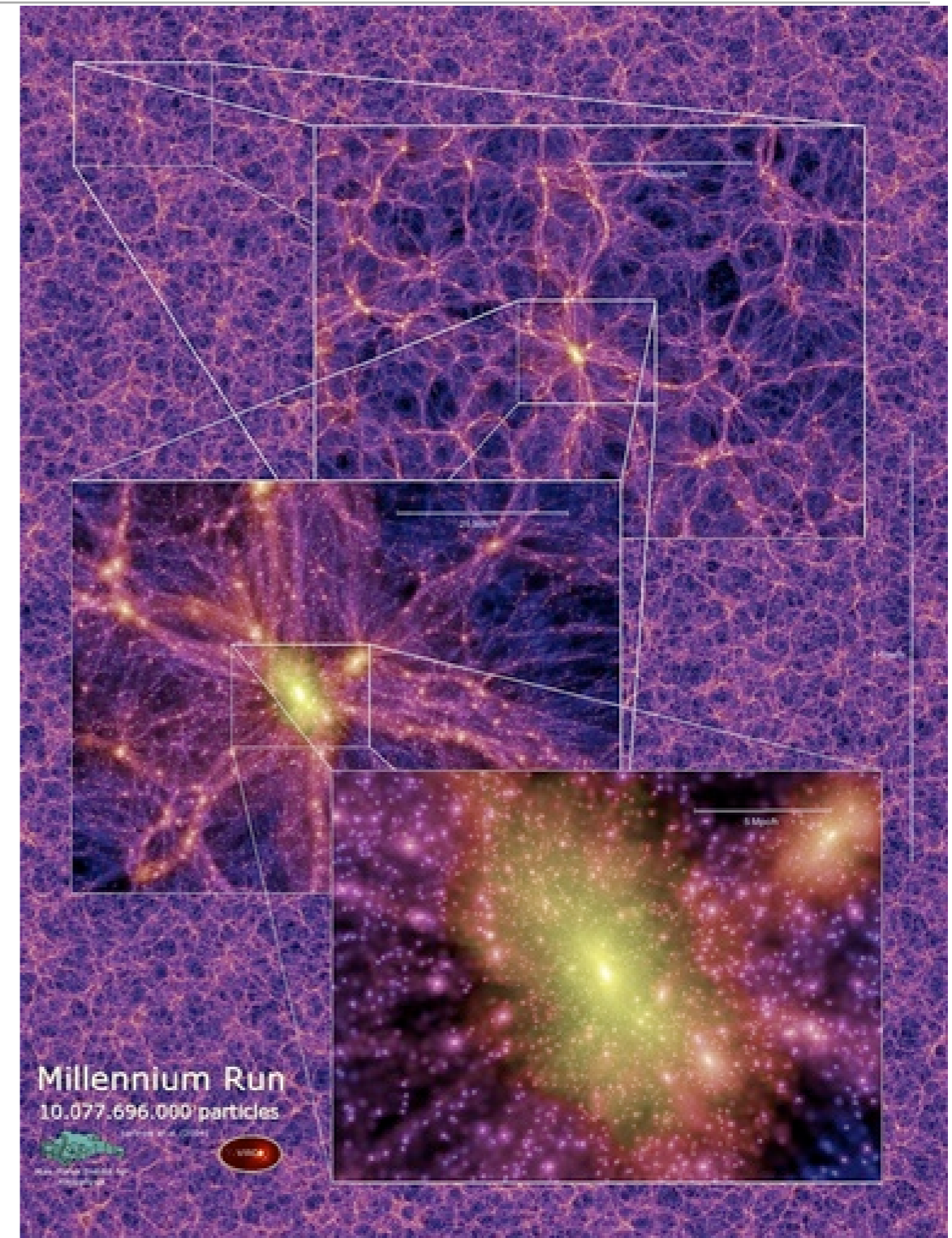
- **Hubble-Volumen Simulation**
- Simulation der Strukturentwicklung eines Ausschnitts des Universums von $L = 3000h^{-1}\text{Mpc}$ Kantenlänge
- $M_{\text{Teilchen}} = 2.2 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$
- $N = 10^9$ Teilchen
- ΛCDM : $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_{\Lambda} = 0.7$
- Von $z = 35$ bis $z = 0$
- Simulation vor allem zum Studium statistischer Eigenschaften sehr massereicher Strukturen (zB von Galaxienhaufen)
- Massen- und Längenauflösung reicht zum Studium von Galaxien nicht aus



<http://www.mpa-garching.mpg.de/NumCos/>

Beispiele für kosmologische Simulationen

- **Die Millennium Simulation (VIRGO Consortium)**
- $N = 2160^3 \approx 1.0078 \times 10^{10}$ Teilchen
- $M_{\text{Teilchen}} = 8.6 \times 10^8 h^{-1} M_{\odot}$
- $z = 127$ bis $z = 0$ (heute)
- $L = 500 h^{-1} \text{ Mpc}$
- ΛCDM : $\Omega_m = 0.25$, $\Omega_{\Lambda} = 0.75$, $h=0.73$, $n=1$
- Halos von Galaxien werden aufgelöst
- Großes Volumen => große Zahl massereicher Haufen
- Vorhersage: Position, Geschwindigkeit, und intrinsische Eigenschaften aller Galaxien mit Masse $> M_{\text{SMC}}$



<http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/millennium/>

Profil von Halos dunkler Materie

- In durch numerische Simulationen generierten Massenverteilungen kann man Halos dunkler Materie identifizieren - zB als Ansammlung von Teilchen innerhalb einer Kugel deren mittleren Dichte $\sim 200 \times \rho_c$ bei der betrachteten Rotverschiebung ist (siehe auch sphärisches Kollapsmodell).

- Die Masse des Halos ist (mit Virial-Radius der Kugel = r_{200})

$$M = \frac{4\pi}{3} r_{200}^3 200 \rho_c(z)$$

- und wegen $\rho_c(z) = \frac{3H^2(z)}{8\pi G}$ folgt ein **eindeutiger Zusammenhang zwischen Masse und Radius** des Halos:

$$M = \frac{100 r_{200}^3 H^2(z)}{G}$$

- Das **Dichteprofil von Halos**, über Kugelschalen gemittelt, scheint eine universelle funktionale Form zu besitzen, das NFW Profil (Navarro, Frenk and White, 1996):

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}$$

- wobei ρ_s die **Amplitude des Dichteprofiles** angibt, und r_s den **charakteristischen Radius** (Radius, bei dem sich die Steigung des Dichteprofiles ändert):

$$\text{Für } r \ll r_s \rightarrow \rho \propto r^{-1}$$

$$\text{Für } r \gg r_s \rightarrow \rho \propto r^{-3}$$

Profil von Halos dunkler Materie

- ρ_s kann durch r_s ausgedrückt werden, da entsprechend der Definition:

$$\bar{\rho} = 200 \rho_c(z) = \frac{3}{4\pi r_{200}^3} \int_0^{r_{200}} 4\pi r^2 dr \rho(r) = 3\rho_s \int_0^1 \frac{dx \cdot x^2}{cx(1+cx)^2}$$

- wobei die Integrationsvariable geändert $x = \frac{r}{r_{200}}$ und der **Konzentrationsindex** c definiert wurde:

$$c \equiv \frac{r_{200}}{r_s} \quad \text{je größer } c, \text{ umso stärker ist die Masse im Innern konzentriert}$$

- Wir können jetzt ρ_s durch $\rho_c(z)$ und c ausdrücken:

$$\rho_s = \frac{200}{3} \rho_c(z) \frac{c^3}{\ln(1+c) - c/(1+c)}$$

=> da M durch r_{200} bestimmt ist, parametrisiert sich das NFW Profil durch r_{200} (Masse) und c (Form).
 c hängt von der Masse und von der Rotverschiebung des Halos ab, man findet aus den Simulationen dass:

$$c \propto M^{-1/9} (1+z)^{-1}$$

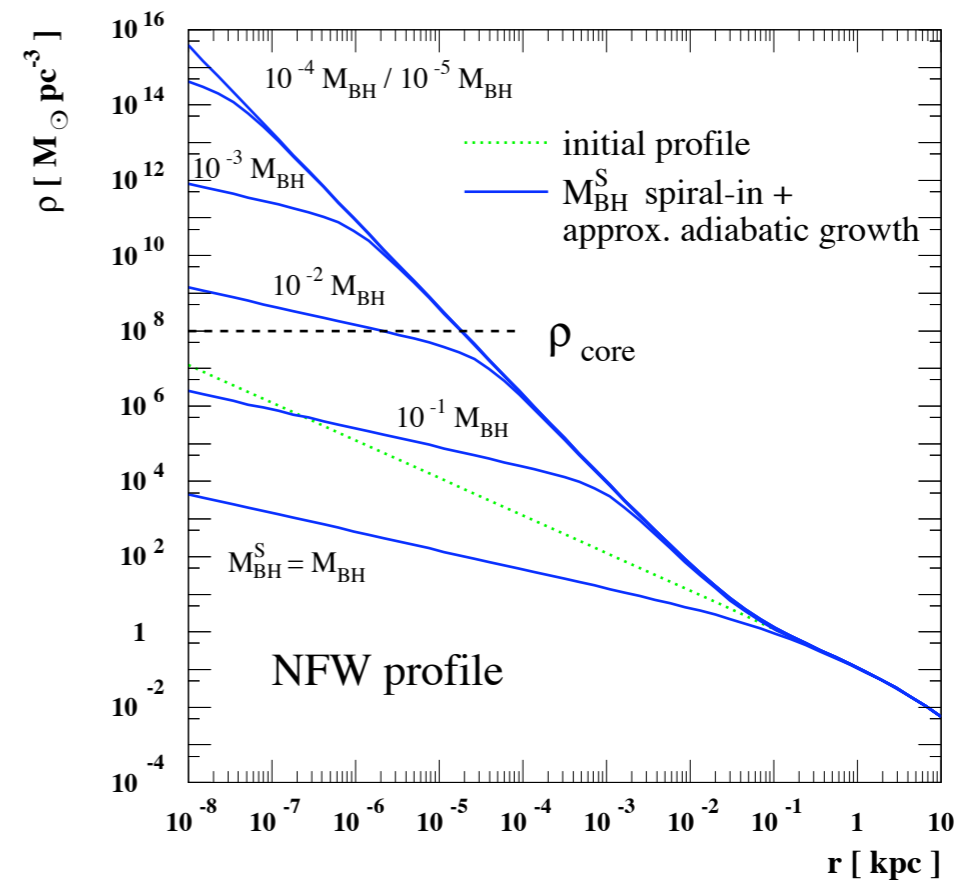
- Der Ursprung des 'universellen Dichteprofiles' ist nicht wirklich verstanden, sondern wird empirisch in numerischen Simulationen gefunden

Profil von Halos dunkler Materie

- Andere numerische Simulationen finden ein leicht verschiedenes Dichteprofil:

$$\rho(r) = \rho_s \left(\frac{r}{r_s} \right)^{\gamma-1} \left[1 + \frac{r}{r_s} \alpha \right]^{(\gamma-\beta)/\alpha}$$

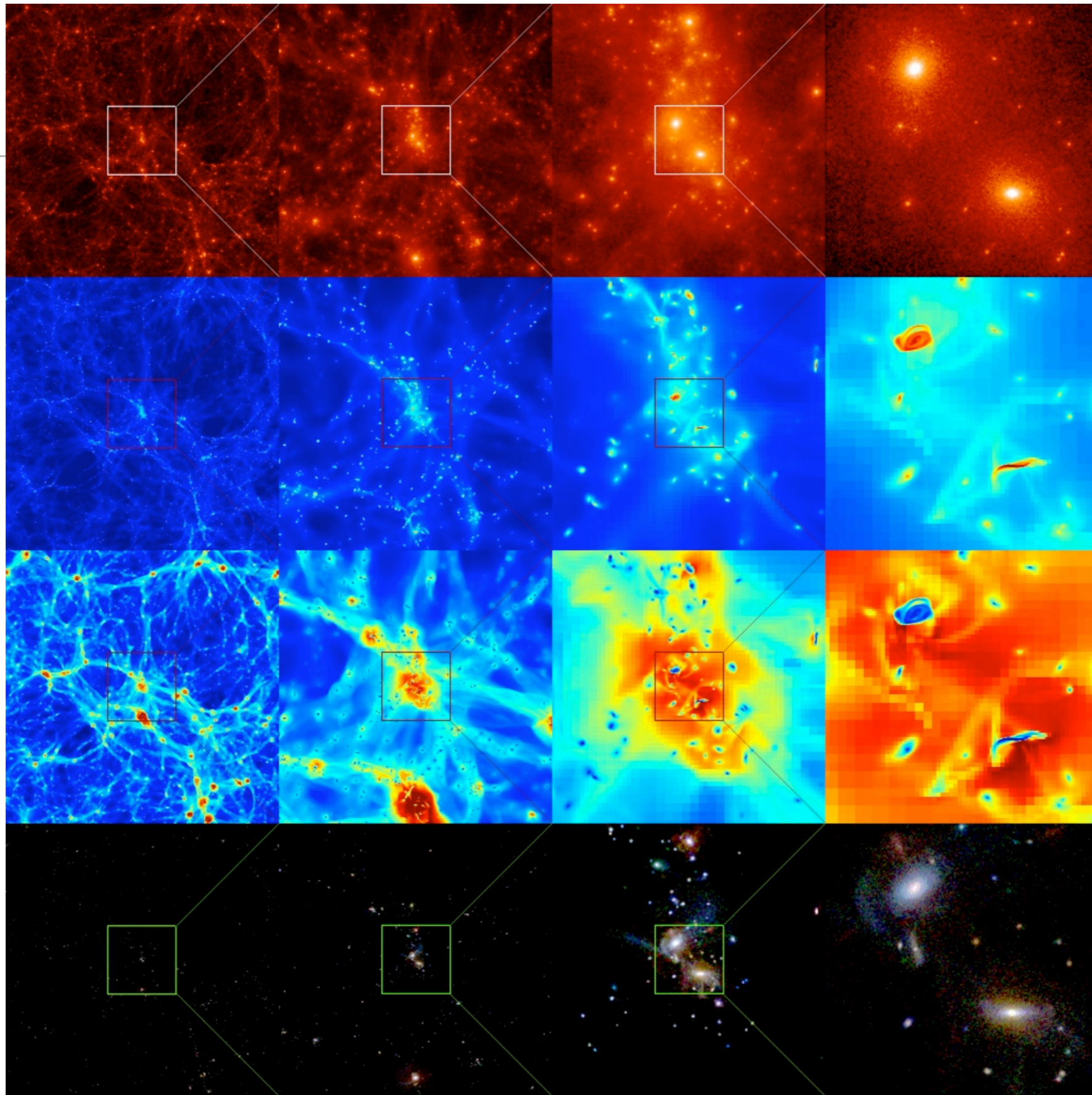
	α	β	γ	r_s (kpc)
Kravtsov	2.0	3.0	0.4	10.0
NFW	1.0	3.0	1.0	20.0
Moore	1.5	3.0	1.5	28.0
Isother.	2.0	2.0	0	3.5



- insbesondere sind die Profile für den inneren Teil der Halos unterschiedlich; der Grund für den Unterschied zwischen den verschiedenen Simulationen ist bislang nicht geklärt
- die CDM Profile zeigen ‘cusps’ im Zentrum, die durch Beobachtungen nicht bestätigt werden (siehe jedoch folgende Kommentare)

Profil von Halos dunkle Materie

- Der Vergleich der Dichteprofile mit den Beobachteten ist nicht einfach, vor allem weil man ja das Dichteprofil dunkler Materie nicht direkt beobachten kann
- $\rho(r)$ für normale Spiralgalaxien wird im Innern von baryonischer Materie dominiert (zB Milchstraße, etwa die Hälfte der Materie innerhalb R_0 ist Sterne und Gas), sd nur wenig Aufschlüsse über $\rho_{DM}(r)$ im zentralen Bereich
- iA wird angenommen, dass Galaxien mit sehr kleiner Flächenhelligkeit (LBS = low surface brightness galaxies) durch dunkle Materie bis hin zum Zentrum dominiert werden. Die Rotationskurven von LBS Galaxien sind nicht in Übereinstimmung mit NFW oder allgemeiner, sie geben keine Hinweise auf cusps.
- die Diskrepanz kann zT durch die endliche Winkelauflösung der 21cm Messungen erklärt werden, könnte sich aber auch als ernsthaftes Problem der CDM erweisen, muss also noch geklärt werden
- Die Form des dunkle Materie Profils sollte durch Baryonen modifiziert werden: diese sind dissipativ, können daher kühlen, eine Scheibe bilden, nach Innen akkretieren. Dadurch wird sich das Halo Profil ändert -> solche Simulationen, die den Effekt der baryonischen Materie berücksichtigen ('gastrophysics'), sind extrem kompliziert (Gravitation, Magnetohydrodynamik, Kernphysik, etc) werden aber zZ in vereinfachter Form durchgeführt



<http://www.projet-horizon.fr/>

Erfolge und Probleme des Standardmodells

- **Erstmal eine Zusammenfassung der Erfolge des Standardmodells:**

→ es sagt vorher, dass relativ wenig prozessiertes (metallarmes) Gas einen He-Anteil von $\sim 25\%$ haben sollte, in sehr guter Übereinstimmung mit den Beobachtungen

→ es sagt vorher, dass Quellen mit niedrigem z näher bei uns sind, als solche mit höherem z , daher muss Absorption von Strahlung von Quellen großer Rotverschiebung bei kleineren Rotverschiebung erfolgen - bisher ist noch kein einziges Gegenbeispiel gefunden worden (modulo Pekuliargeschwindigkeiten)

→ es sagt die CMB vorher, und diese wurde auch entdeckt!

→ es sagt die richtige Anzahl von Neutrino-Familien vorher (durch den Zerfall des Z-Bosons bestätigt)

→ es reproduziert die beobachteten Strukturen im Universum unter der Annahme von kalter dunkler Materie

Alternative kosmologische Modelle (zB steady-state cosmology von Fred Hoyle): sind bereits durch Beobachtungen ausgeschlossen worden, oder sind nicht vorhersagekräftig; zZ gibt es keine ernsthafte Alternativen zum Standard-Modell der Kosmologie

Erfolge und Probleme des Standardmodells

- **Probleme und Erweiterungen:**
- die Einsteinschen Feldgleichungen, deren Lösungen das Weltmodell liefern, ist ein System gekoppelter partieller Differentialgleichungen. Die Lösungen sind also durch das Gleichungssystem selbst, sowie durch die Anfangsbedingungen bestimmt
- falls bei $t = 1$ s die Anfangsbedingungen so wie bisher beschrieben sind, ist alles in Ordnung, aber:
- warum sind bei $t = 1$ s die Bedingungen so, dass sie ein homogenes, isotropes Modell erlauben? Die Menge der homogenen und isotropen Lösungen der Einstein-Gleichungen sind vom Maße Null, dh sehr speziell
- einfachste Antwort: weil noch frühere Prozesse (mit bekannter, oder bisher unbekannter Physik?) zu solchen 'Anfangsbedingungen' geführt haben?
- Wir werden zwei Probleme des Standardmodells: das Horizont Problem, und das Problem der Flachheit betrachten

Horizonte

- Wie wir schon sahen, impliziert die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts dass wir nur einen endlichen Ausschnitt des Universums überhaupt beobachten können
- Da $t_0 \approx 13.5$ Gyr, können wir keine Informationen aus Bereichen des Universums erhalten, die weiter als ~ 13.5 Milliarden Lichtjahre entfernt sind

=> es gibt einen Horizont, über den wir nicht hinausschauen können; solche Horizonte gibt es nicht nur für uns; zu einem früheren Zeitpunkt war der Horizont etwa $\mathbf{c} \cdot \mathbf{t}$, also kleiner als heute

- **Quantitative Betrachtung:**

- im Zeitintervall dt legt das Licht die Strecke $\mathbf{c} \cdot d\mathbf{t}$ zurück; dies entspricht bei dem Skalenfaktor \mathbf{a} einem mitbewegten Längenintervall $d\mathbf{x} = \mathbf{c} \cdot d\mathbf{t}/\mathbf{a}$
- Seit dem Urknall bis zur Zeit t (bzw Rotverschiebung z) kann das Licht eine mitbewegte Distanz von

$$\mathbf{r}_{com,H}(z) = \int_0^t \frac{\mathbf{c} \cdot d\mathbf{t}}{\mathbf{a}(t)}$$

- zurücklegen. Mit: $\dot{\mathbf{a}} = \frac{d\mathbf{a}}{d\mathbf{t}} \Rightarrow d\mathbf{t} = \frac{d\mathbf{a}}{\dot{\mathbf{a}}}$ folgt durch Einsetzen:

$$\mathbf{r}_{com,H}(z) = \int_0^{\mathbf{a}} \frac{\mathbf{c} \cdot d\mathbf{a}}{\mathbf{a}(t) \cdot \dot{\mathbf{a}}} = \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{\mathbf{c} \cdot d\mathbf{a}}{\mathbf{a}^2 \cdot \mathbf{H}(\mathbf{a})}$$

Horizonte

- Falls $z_{eq} \gg z \gg 0$ kommt der Hauptbeitrag des Integrals von Zeiten (oder Werten von a) in denen die Materie ('Staub') die Expansionsrate $H(t)$ des Universums dominiert. Zu dieser Zeit folgt aus (3. Vorlesung):

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2(t) = H_0^2 \left(a^{-4}(t)\Omega_r + a^{-3}(t)\Omega_m + a^{-2}(t)(1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda) + \Omega_\Lambda \right)$$

→ $H(a) \approx H_0 \sqrt{\Omega_m} a^{-3/2}$

- Einsetzen in die Gleichung für $r_{H,com}$ ergibt:

$$r_{com,H}(z) \approx 2 \frac{c}{H_0} \frac{1}{\sqrt{(1+z)\Omega_m}} \quad \text{für } z_{eq} \gg z \gg 0$$

- Für frühere Phasen $z \gg z_{eq}$ ist $H(t)$ strahlungsdominiert, dh es gilt:

→ $H(a) \approx H_0 \sqrt{\Omega_r} a^{-2}$

- und Einsetzen liefert für $r_{H,com}$:

$$r_{com,H}(z) \approx 2 \frac{c}{H_0} \frac{1}{\sqrt{\Omega_r}} \frac{1}{1+z} \quad \text{für } z \gg z_{eq}$$

Horizonte

- Aus der vorherigen Betrachtung sieht man, dass: je weiter man in die Vergangenheit zurückgeht, umso kleiner wird die mitbewegte Länge des Horizonts
- **Wir betrachten jetzt den Rekombinationszeitpunkt:** $z_{rec} \sim 1000$; zu dieser Zeit ist $z \ll z_{eq}$, also gilt

$$r_{com,H}(z) \approx 2 \frac{c}{H_0} \frac{1}{\sqrt{(1+z)\Omega_m}}$$

- Die mitbewegte Länge entspricht der physikalischen Eigenlänge ('proper length'):

$$r_{H,prop} = a \cdot r_{H,com}$$

- **also ist die Horizontlänge bei der Rekombination:**

$$r_{H,prop}(z_{rec}) = 2 \frac{c}{H_0} \frac{1}{\sqrt{\Omega_m}} \frac{1}{(1+z_{rec})^{3/2}}$$

- **Wir rechnen jetzt aus, welchem Winkel am Himmel dieser Länge entspricht:**

$$\theta_{H,rec} = \frac{r_{H,rec}}{d_A(z_{rec})}$$

- wobei d_A die Winkelentfernung zur 'last scattering surface' der CMB ist (diese hatten wir in der 4. Vorlesung definiert)

Horizonte

- Zur Erinnerung, die Winkelentfernung war ((für $\Omega_\Lambda=0$ und $z \ll z_{\text{eq}} = 1/a_{\text{eq}} - 1$):

$$d_A(z) = \frac{c}{H_0} \frac{2}{\Omega_m^2 (1+z)^2} \left[\Omega_m z + (\Omega_m - 2) \left(\sqrt{1 + \Omega_m z} - 1 \right) \right]$$

- für $z \gg 1$

$$d_A(z) \approx \frac{c}{H_0} \frac{2}{\Omega_m z} \quad \text{für } z \gg 1$$

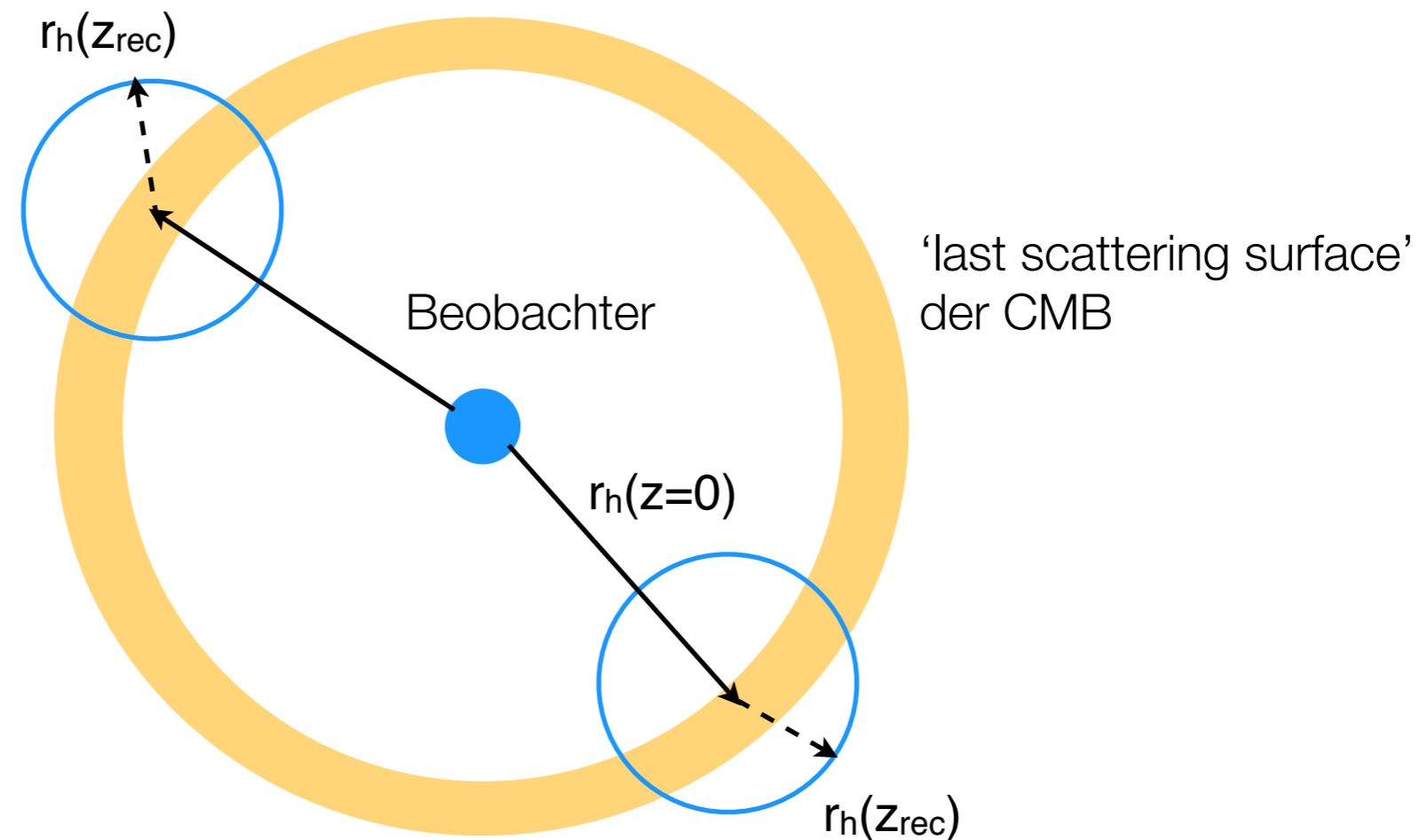
- und daraus folgt für den Winkel ((für $\Omega_\Lambda=0$):

$$\theta_{H,rec} \approx \sqrt{\frac{\Omega_m}{z_{rec}}} \sim \frac{\sqrt{\Omega_m}}{30} \sim \sqrt{\Omega_m} 2^\circ$$

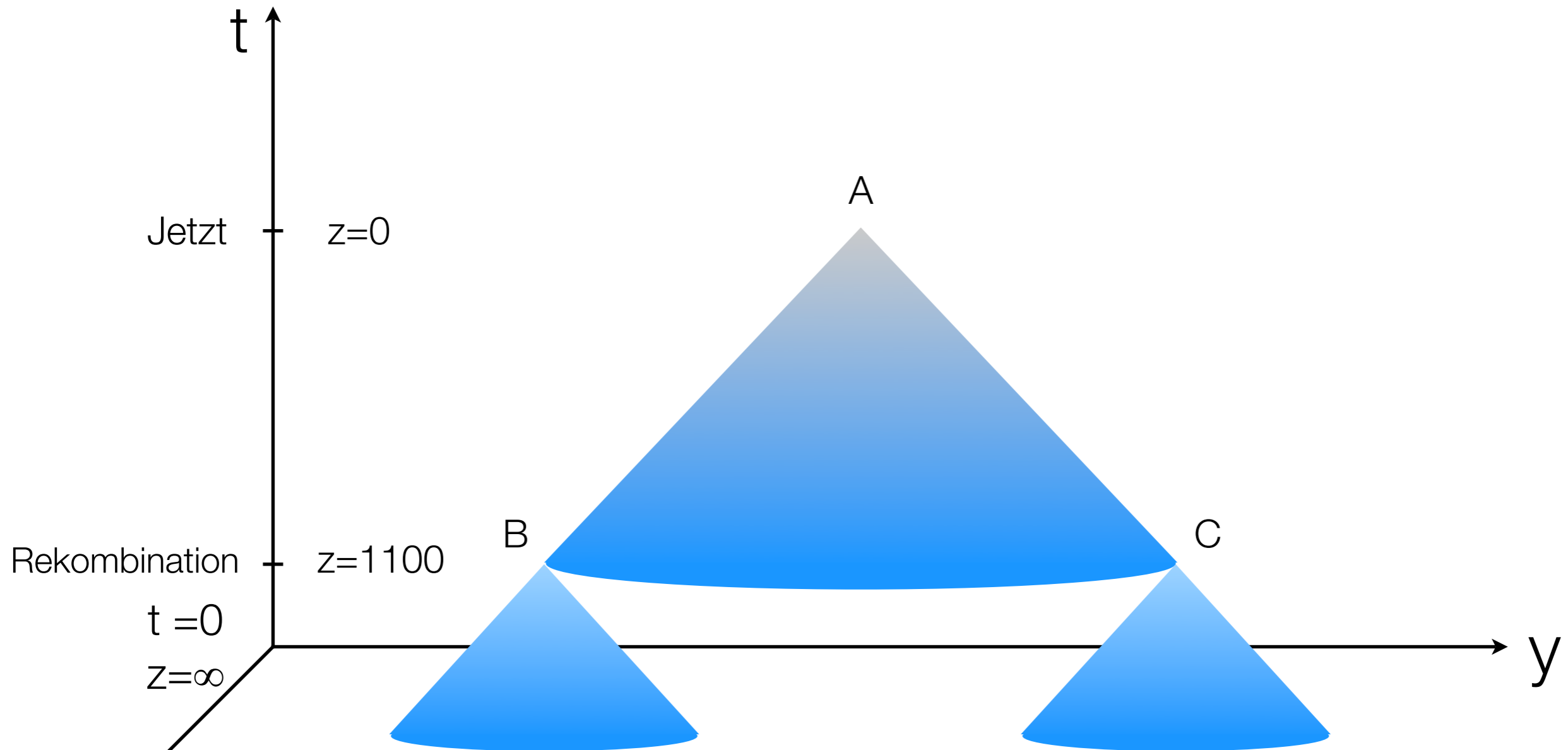
=> die Horizontlänge zur Zeit der Rekombination nimmt heute einen Winkel von etwa einem Grad am Himmel ein

Das Horizont Problem

- Da kein Signal sich schneller als Licht ausbreiten kann, bedeutet dies: **die CMB Strahlung aus 2 Richtungen, die mehr als etwa ein Grad getrennt sind, stammen aus Gebieten, die bis zu diesem Zeitpunkt nicht im kausalen Kontakt standen** - dh diese Gebiete konnten nie miteinander Information austauschen, zB darüber, was ihre Temperatur ist
- Trotzdem ist die Temperatur dieser Gebiete gleich, da die CMB ja isotrop ist (bis auf Anisotropien mit rel. Amplituden von $\sim 10^{-5}$)



Das Horizont Problem



Photonen, die heute auf der Erde ankommen (Punkt A), wurden zur Zeit der Rekombination von Quellen an den Punkten B und C emittiert, die sich auf dem Verhangenheits-Lichtkegel von Punkt A befinden. Die Lichtkegel von Punkt B und C treffen sich jedoch nicht, wenn man zum Urknall ($t \rightarrow 0$) hin extrapoliert: dh B und C waren nie im kausalen Kontakt

Dichteparameter als Funktion der Rotverschiebung

- Wir hatten gesehen, dass die kosmologischen Parameter Zeitabhängig sind. Insbesondere ist der Dichteparameter (Gesamtdichte/kritische Dichte) eine Funktion von z :

$$\Omega(z) = 1 + \frac{\Omega_0 - 1}{1 - \Omega_0 + \Omega_\Lambda (1+z)^{-2} + \Omega_m (1+z) + \Omega_r (1+z)^2}$$

- wir können dies umformulieren als:

$$1 - \Omega(z) = F(1 - \Omega_0)$$

- wobei Ω_0 der Gesamt- Dichteparameter heute ist. Aus der obigen Gleichung sieht man dass: da $F > 0$ für alle z , bleibt das Vorzeichen von $\Omega - 1$ zu allen Zeiten erhalten => falls $\Omega = 1$ zu irgendeinem Zeitpunkt, so gilt dies für alle Zeiten; da $\Omega - 1$ proportional zur Krümmung K bedeutet dies, dass ein flaches Universum mit $K = 0$ zu allen Zeiten flach bleibt.
- Weiterhin folgt, dass falls $\Omega < 1$ zu irgendeinem Zeitpunkt, $\Omega < 1$ für immer gilt; umgekehrt auch für $\Omega > 1$. Wir betrachten den Faktor F zu sehr frühen Zeiten, bei $z \gg z_{eq}$, also im Strahlungsdominierten Universum:

$$F = \frac{1}{\Omega_r (1+z)^2}$$

=> für sehr frühe Zeiten, wird F sehr klein, zB bei $z \sim 10^{10}$, etwa vor dem Ausfrieren der Neutrinos, ist $F \sim 10^{-15}$.

Das Flatness Problem

- Heute ist Ω_0 von der Größenordnung 1, jedoch nicht notwendigerweise genau 1; aus Beobachtungen wissen wir, dass etwa (sehr großzügige Abschätzung!)

$$0.1 \ll \Omega_0 \ll 2$$

- also

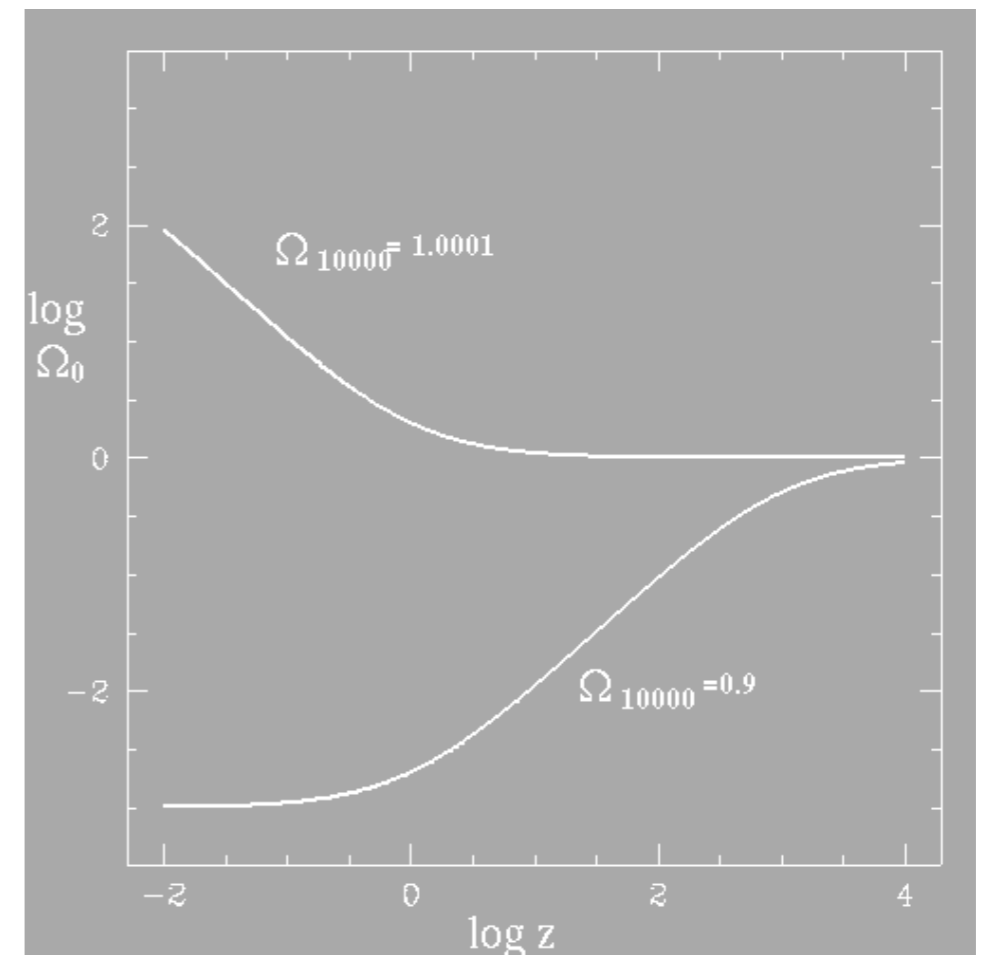
$$|1 - \Omega_0| \leq 1$$

- Da für große Rotverschiebungen F so klein ist, bedeutet dies, dass $\Omega(z)$ sehr sehr nahe bei 1 sein muss, zB bei $z = 10^{10}$:

$$|\Omega - 1| \leq 10^{-15}$$

- **Flatness Problem:** damit der totale Dichteparameter heute von der Größenordnung 1 ist, muss er zu frühen Zeiten extrem nahe bei 1 gewesen sein
=> eine sehr präzise Feinabstimmung ist notwendig


Evolution von Ω mit der Rotverschiebung z



Inflation

- Mechanismus, der in 1981 von Alan Guth vorgeschlagen wurde, um obige Probleme zu lösen
- Erstmal einige Bemerkungen:
- die physikalischen Gesetze der Elementarteilchen sind bis zu Energien von ~ 100 GeV gut bekannt, und experimentell überprüfbar; für größere Energien sind Teilchen und Wechselwirkungen unbekannt; dh die Geschichte des Universums wie bisher beschrieben ist nur ab Energien ~ 100 GeV gesichert; die Extrapolationen zu früheren Zeiten, also bis zum Urknall sind bisher spekulativ
- Aus der Teilchenphysik erwartet man neue Phänomene bei $\sim 10^{14}$ GeV, entsprechen $t \sim 10^{-34}$ s.
- Szenario: wir nehmen an, dass bei sehr frühen Zeiten die Vakuumenergie sehr viel größer war als heute, so dass Ω_Λ die Hubble-Expansion dominierte
- Dann folgt aus:

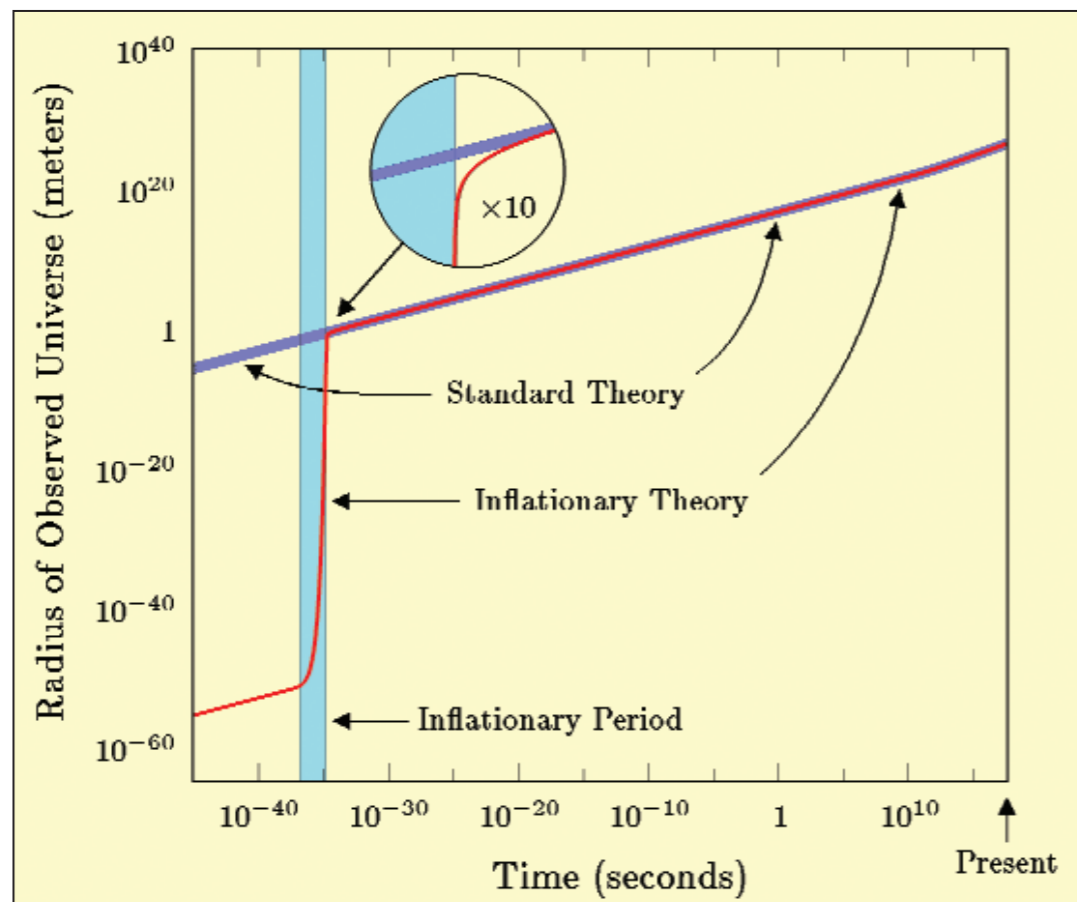
$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{Kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

 $\frac{\dot{a}}{a} \approx \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}$

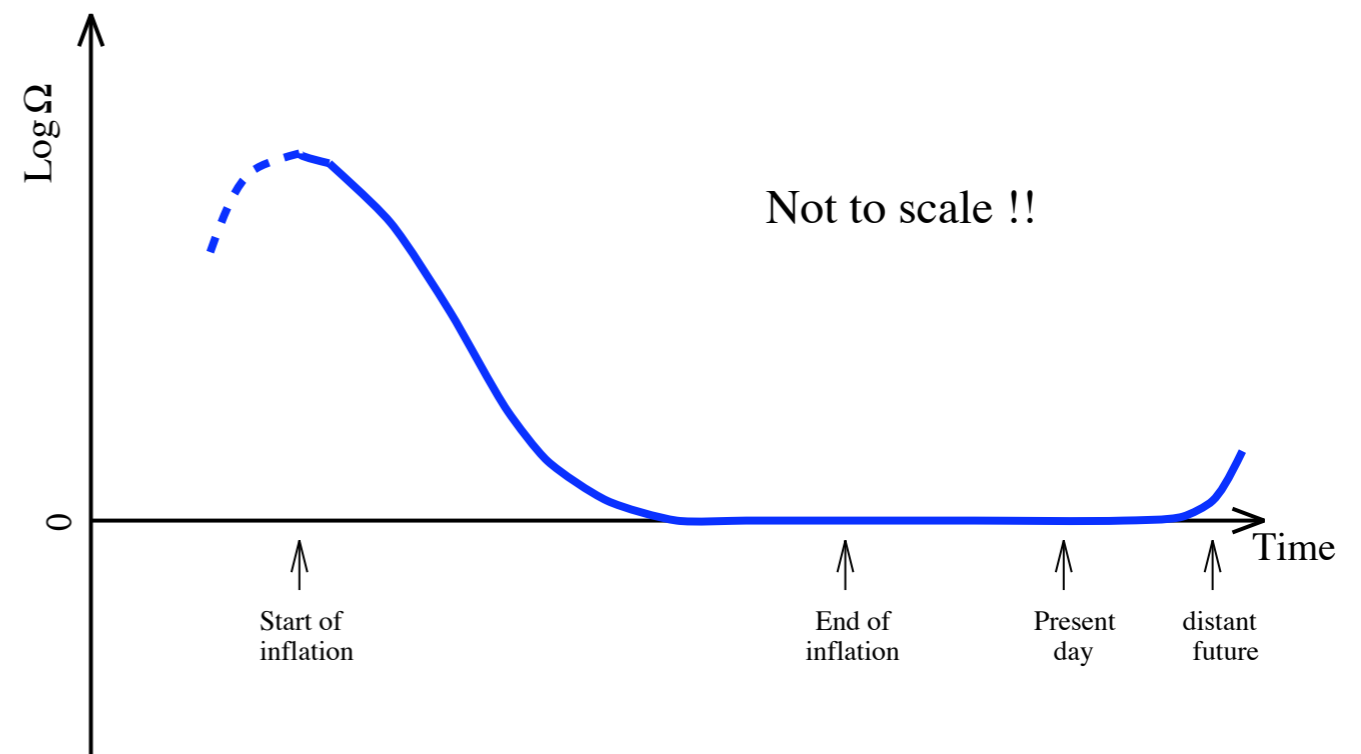
- also das Universum expandiert exponentiell: $a(t) = Ce^{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t}$

Inflation

- Die exponentielle Expansion (oder inflationäre Phase) kann nicht ewig weitergehen. Nimmt man an, dass die Materie einen Phasenübergang macht, in dem Vakuumenergiedichte in normale Materie umgewandelt wird, so stoppt die exponentielle Expansion, und die normale Friedmann Entwicklung des Universums beginnt



A. Guth



A. Liddle

Die Inflation löst das Horizont-Problem

- Während der Inflation ist $H(a) = (\Lambda/3)^{1/2}$ konstant, so dass das Integral

$$r_{com,H}(z) = \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{c \cdot da}{a^2 \cdot H(a)}$$

für die Horizontlänge formal divergiert

→ durch die inflationäre Phase kann der Horizont beliebig groß werden, abhängig von der Dauer der exponentiellen Expansion

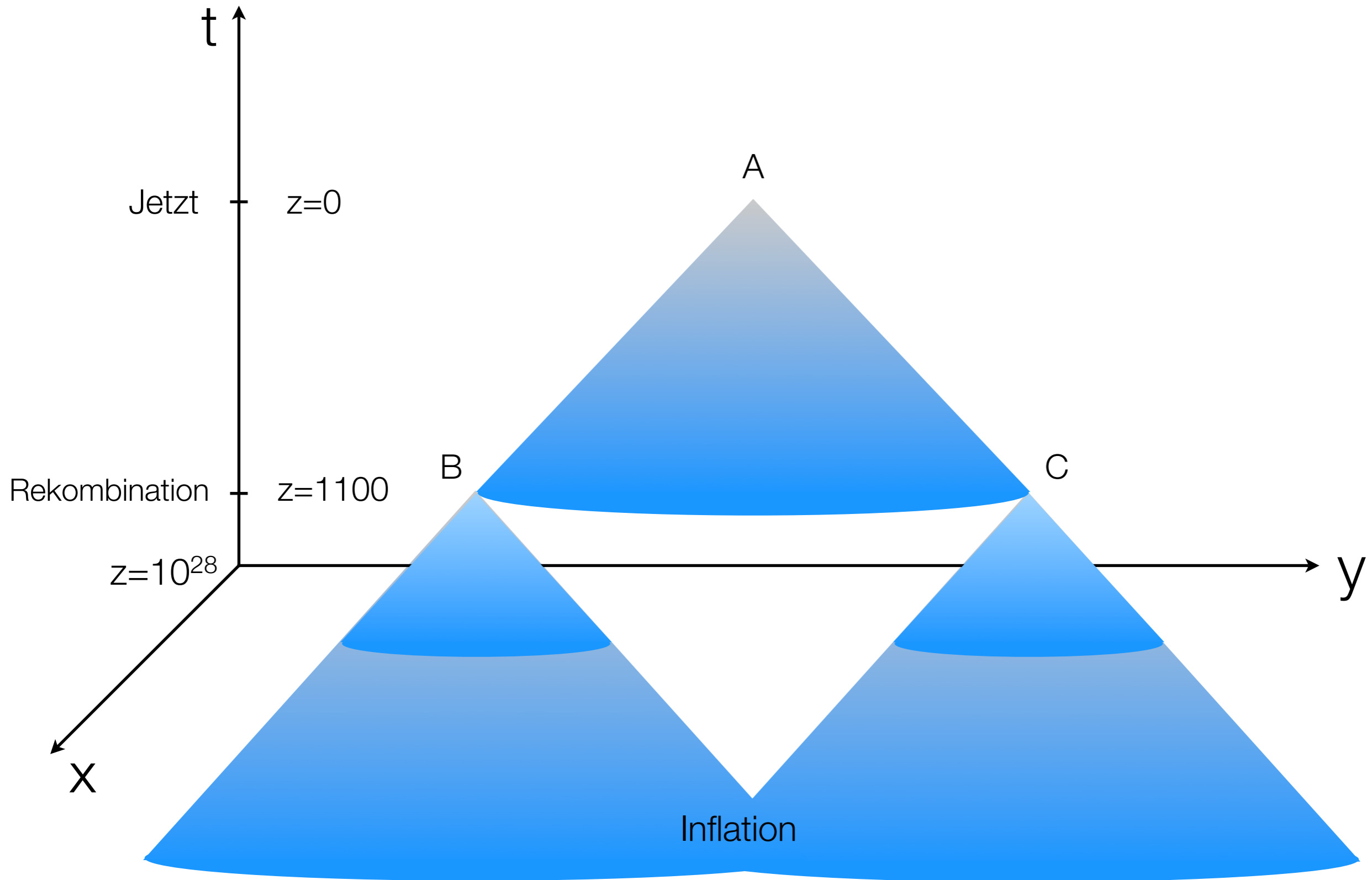
→ ZB: ein sehr kleines Raumgebiet mit Ausdehnung $L < c \cdot t_i$ befindet sich zur Zeit $t_i \sim 10^{-34}$ s vor der Inflation im kausalen Kontakt

→ dieses Raumgebiet dehnt sich um ein Vielfaches aus, zB um einen Faktor 10^{40} ; aus der ursprünglichen Längenskala $L \sim 10^{-24}$ cm werden dann am Ende der inflationären Phase bei $t_f \sim 10^{-32}$ s $L_f = 10^{16}$ cm

→ die danach (für $t > t_f$) erfolgende 'normale' kosmische Expansion dehnt dieses Raumgebiet bis heute um einen Faktor $\sim 10^{25}$ aus, auf $\sim 10^{41}$ cm - dies ist wesentlich größer als das heutige Universum, also als c/H_0 .

- Nach diesem Szenario war das gesamte heute sichtbare Universum vor Beginn der Inflation im kausalen Kontakt => Isotropie der CMB ist durch kausale Prozesse gewährleistet

Die Inflation löst das Horizont-Problem

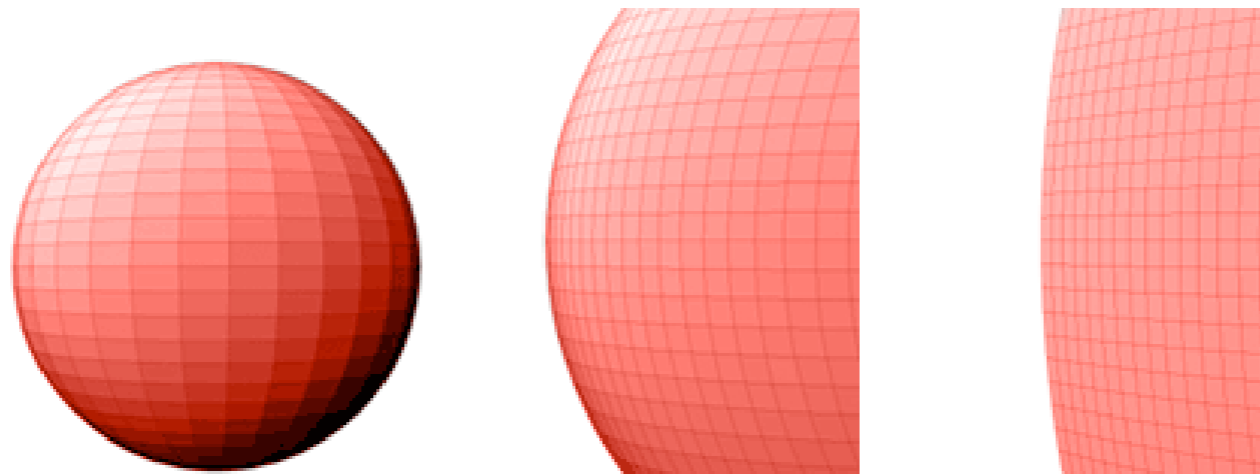


Inflation löst das Flatness Problem

- Durch die enorme Ausdehnung wird jede ursprüngliche Krümmung ‘weggegättet’; formal sieht man dies so: während der inflationären Phase ist

$$\Omega_{\Lambda} = \frac{\Lambda}{3H^2} = 1$$

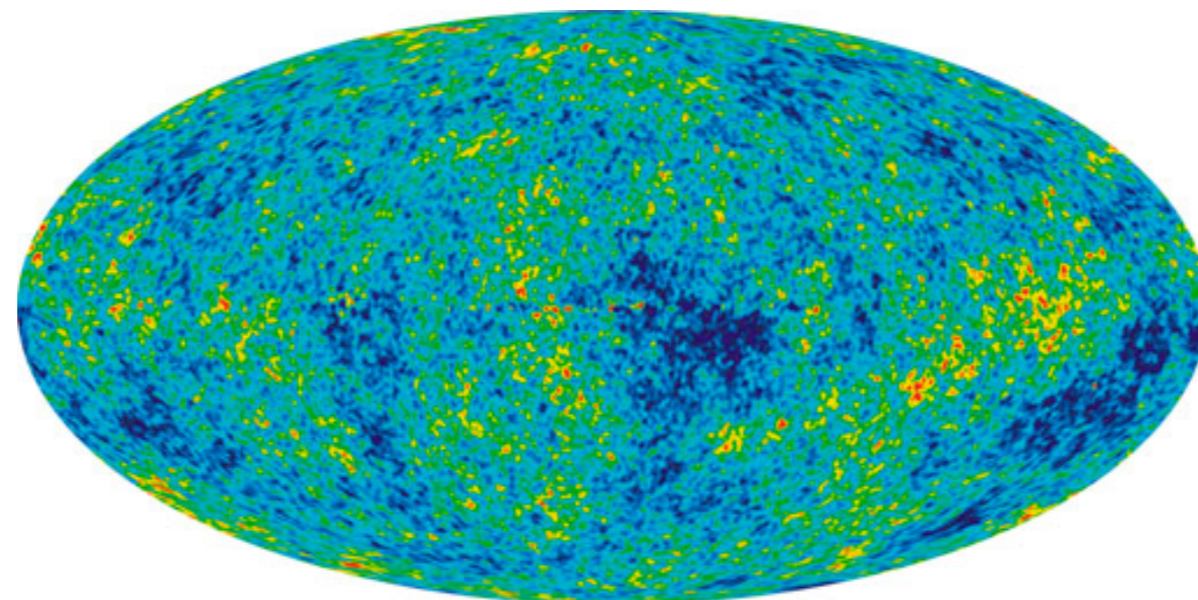
- und da angenommen wird, dass die inflationäre Phase so lange dauert, dass die Vakuumsenergie völlig dominiert, ist dann $\Omega = 1$, das Universum also in sehr guter Näherung flach



- **Weitere wichtige Vorhersage der Inflation:** Quantenfluktuationen während der Inflation (auf Skalen $\leq 10^{-23}$ cm) werden durch die extreme Expansion auf makroskopische, astrophysikalisch relevanten Skalen ($\geq 10^{24}$ cm) vergrößert und liefern somit die Dichtefluktuationen, aus denen die Strukturen im Universum entstanden sind. Die Inflation sagt ein praktisch skalenfreies Fluktuationsspektrum vorher ($P(k) = A \cdot k^n$, mit $n \cong 1$), wie es mittlerweile durch viele Messungen (CBM, LSS) bestätigt wurde

Winkelfluktuationen der CMB

- Der Mikrowellenhintergrund besteht aus Photonen, die bei $z \sim 1000$ das letzte Mal mit Materie wechselwirkten
- Die Richtungsverteilung der CMB Temperatur reflektiert die Materieinhomogenitäten bei dieser Rotverschiebung
- Die CMB Anisotropie hängt praktisch von allen kosmologischen Parametern Ω_0 , Ω_b , Ω_Λ , Ω_v , H_0 , und von der Normierung des Leistungsspektrums Γ ab
- Die genaue Vermessung der Winkelverteilung des CMB kann daher all diese Parameter bestimmen, dazu sind aber auch genaue theoretische Berechnungen notwendig
- Allgemein zugängliche software dafür: CMBFAST (U. Seljak, M. Zaldarriaga): berechnet die Winkelfluktuationen als Funktion der kosmologischen Parameter und andere, siehe <http://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/>



WMAP

Evidenz für dunkle Materie auf kosmischen Skalen

- Die Rekombination fand bei $z \sim 1000$ statt -> damit sich Strukturen bilden können, muss das Universum bereits zu diesem Zeitpunkt inhomogen gewesen sein, dh man erwartete Fluktuationen in der Temperatur der CMB
- Seit der Rekombination können die Fluktuationen um etwa einen Faktor 1000 anwachsen
- Heute ist sicherlich $\delta \gg 1$ auf Skalen von Galaxienhaufen und $\delta \approx 1$ auf Skalen von Superhaufen
=> bei $z \sim 1000$ sollte $\delta \gtrsim 10^{-3}$ sein, um bis heute auf nichtlineare Strukturen anwachsen zu können
- man würde daher erwarten, dass CMB Fluktuationen von der gleichen Größenordnung sind $\Delta T/T \gtrsim 10^{-3}$; beobachtet wird jedoch $\Delta T/T \sim 10^{-5}$ - solche Fluktuationen können bis heute nicht genügend anwachsen
- Dieser Widerspruch kann durch die Dominanz der dunklen Materie gelöst werden: da die Photonen nur mit der baryonischen Materie wechselwirken, sagt CMB Anisotropie etwas über den Dichtekontrast der baryonischen Materie aus
- Die dunkle Materie kann bei der Rekombination aber einen höheren Dichtekontrast haben, und Potentialtöpfe bilden, in denen nach der Rekombination die Baryonen 'hineinfallen' können

Ursprung der CMB Anisotropie: Überblick

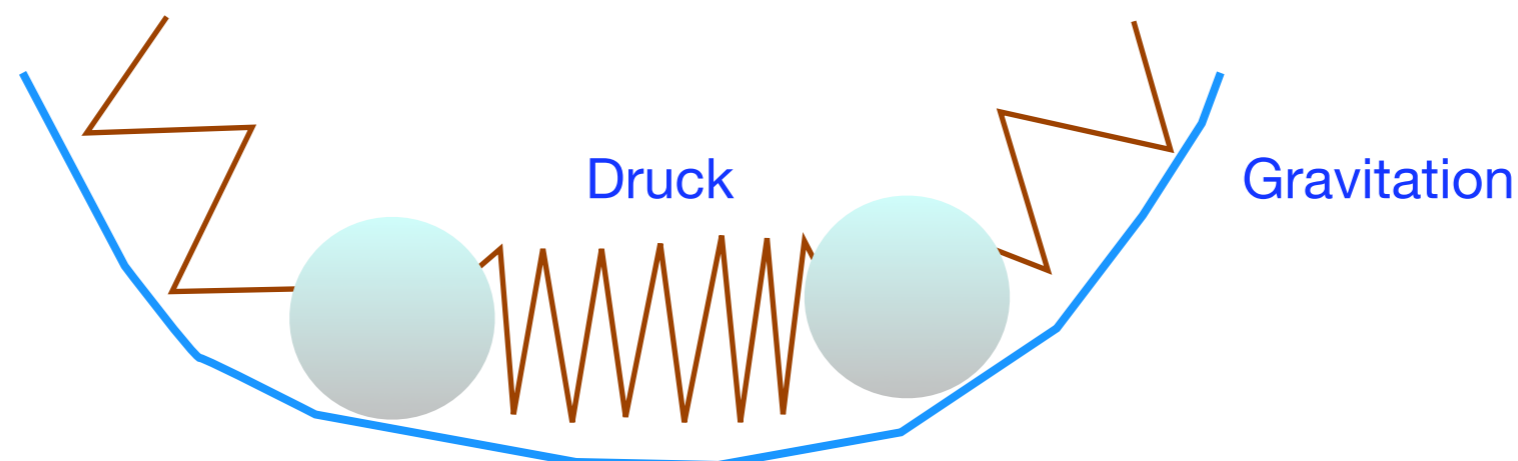
- CMB Anisotropien spiegeln die Bedingungen des Universums bei der Rekombination wieder. Temperaturfluktuationen, die sich daraus ergeben werden **primäre Anisotropien** genannt
- **Sekundäre Anisotropien** werden durch Propagationseffekte zwischen $z \sim 1000$ und heute erzeugt
- **Wesentliche Effekte für primäre Anisotropien:**
 - Inhomogenitäten des Gravitationspotentials: Photonen, die aus Gebieten höherer Dichte stammen, müssen aus einem Potentialtopf entkommen und werden dadurch rotverschoben (gravitative Rotverschiebung); dies ist der Sachs-Wolfe Effekt
 - In Gebieten höherer Dichte der dunklen Materie ist auch die Baryondichte erhöht. Auf Skalen größer als die Horizontskala bei der Rekombination folgt die Verteilung der Baryonen der dunklen Materie. Auf kleineren Skalen macht sich der Druck der Baryonen-Photonen Flüssigkeit bemerkbar; sind die Baryonen adiabatisch komprimiert, ist die Temperatur der Baryonen (und deshalb auch der an sie gekoppelten Photonen) größer
 - Pekuliargeschwindigkeiten der Materie - jede Fluktuation der Dichte verursacht eine Fluktuation der Pekuliargeschwindigkeit der Materie; diese erzeugt den Doppler-Effekt, also eine Rotverschiebung der Photonen
 - die Kopplung zwischen Baryonen und Photonen ist nicht exact, aufgrund der endlichen freien Weglänge der Photonen können sich die beiden Komponenten auf kleinen Skalen entmischen -> T-Fluktuationen werden auf kleinen Skalen durch die Diffusion der Photonen ausgeschmiert -> Silk-Damping, sorgt dafür, dass es auf Winkelskalen von $\sim 5'$ nur sehr kleine primäre Fluktuationen gibt

Ursprung der CMB Anisotropie: Überblick

- Die ersten drei Effekte sind miteinander gekoppelt; insbesondere auf Skalen $> r_{H,con}(z_{rec})$ kompensieren sich die beiden ersten Effekte teilweise
- Bei der Rekombination wird die Energiedichte der Baryonen-Photonen Flüssigkeit von der Strahlung dominiert, so es sich um eine relativistische Flüssigkeit handelt
- Die Schallgeschwindigkeit beträgt also:

$$c_s \approx \sqrt{\frac{P}{\rho}} \approx \frac{c}{\sqrt{3}}$$

- Der starke Druck in dieser Flüssigkeit sorgt dafür, dass in ihr Oszillationen auftreten.
- Das Gravitationspotential ist die treibende Kraft, der Druck die rücktreibende Kraft
- Diese Oszillationen, die nur auf Skalen unterhalb des Schallhorizonts bei der Rekombination auftreten können, führen dann zu adiabatischer Kompression und Eigenbewegung der Baryonen -> und somit zu Anisotropien in der Hintergrundstrahlung



Ursprung der CMB Anisotropie: Überblick

- **Sekundäre Anisotropien** stammen u.a. aus folgenden Effekten:

- Thomson Streuung der CMB Photonen: da das Universum transparent ist für optische Photonen (wir sehen Objekte mit $z > 6$), muss es zwischen $z \sim 1000$ und $z \sim 6$ reionisiert worden sein (vermutlich durch Strahlung der ersten Sterngeneration und/oder durch erste QSOs); die entsprechenden freien Elektronen können CMB Photonen streuen, dadurch wird ein geringer Bruchteil der CMB Anisotropien “ausgeschmiert”

- die Photonen propagieren durch ein Universum, in dem Strukturbildung stattfindet; dadurch ändert sich das Gravitationspotential mit der Zeit -> dies wird der integrierte Sachs-Wolfe-Effekt genannt

- Gravitative Lichtablenkung der CMB Photonen, hervorgerufen durch das Gravitationsfeld der kosmischen Dichtefluktuationen; dies führt zu einer Richtungsänderung der Photonen und die Korrelationsfunktion der Temperaturfluktuationen wird “verschmiert”-> der Effekt ist auf kleinen Winkelskalen relevant

- der Sunyaev-Zeldovich Effekt hat auch einen Einfluss auf die T-Verteilung der CMB: Photonen entlang von Sichtlinien, die durch Galaxienhaufen verlaufen, werden teilweise durch das heiße Gas im Haufen gestreut, so in diese Richtung eine Temperaturänderung stattfindet

Beschreibung der CMB Anisotropie

- Um die statistischen Eigenschaften der Winkelverteilung der CMB-Temperatur zu charakterisieren kann man, wie bei den Dichtefluktuationen, die Zwei-Punkt-Korrelationsfunktion der Temperatur an der Sphäre benutzen.
- Man definiert die relative Temperaturfluktuation

$$\delta T(\mathbf{n}) = \frac{T(\mathbf{n}) - T_0}{T_0}$$

- wobei T_0 = mittlere Hintergrundtemperatur, \mathbf{n} ist Einheitsvektor der die Richtung an der Sphäre
- Die Korrelationsfunktion $C(\theta)$ der T-Fluktuationen ist definiert als:

$$C(\theta) = \langle \delta T(\mathbf{n}) \delta T(\mathbf{n}') \rangle, \quad \vec{\mathbf{n}} \cdot \vec{\mathbf{n}}' = \cos \theta$$

- wobei über alle Paare von Richtungen \mathbf{n} und \mathbf{n}' gemittelt wird, die den Winkelanstand θ haben. Wie auch bei der Beschreibung der Dichtefluktuationen im Universum wird bei der CMB iA das Leistungsspektrum der T-Fluktuationen anstelle der Korrelationsfunktion betrachtet

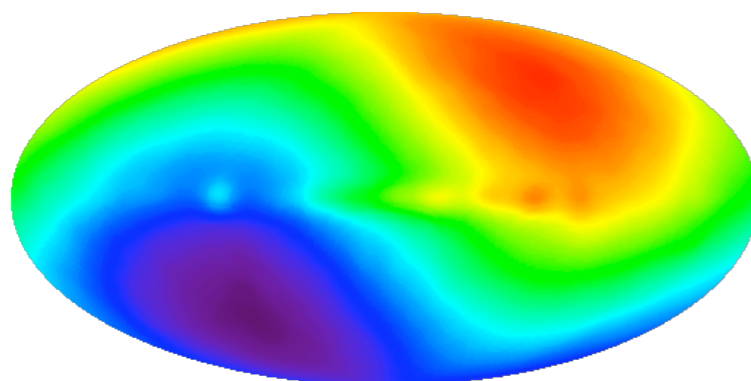
Beschreibung der CMB Anisotropie

- Das Leistungsspektrum $P(k)$ der Dichtefluktuationen war als Fourier-Transformierte der Korrelationsfunktion definiert. Man kann jedoch bei der CMB nicht die exakt gleiche Definition anwenden, da die T-Fluktuationen an der Sphäre definiert sind (und nicht im flachen Raum). Das Analogon zu den Fouriermoden in einem flachen Raum sind die Kugelflächenfunktionen auf der Sphäre -> ein vollständiger, orthogonaler Satz von Funktionen, nach denen man $\mathbf{T}(\mathbf{n})$ entwickeln kann (auf kleinen Winkelskalen, bei denen die Sphäre als lokal flach angesehen werden kann, reduzieren sich die Kugelflächenfunktionen zu Fouriermoden).
- Die T-Fluktuation in Richtung der Winkelposition (θ, ϕ) ist:

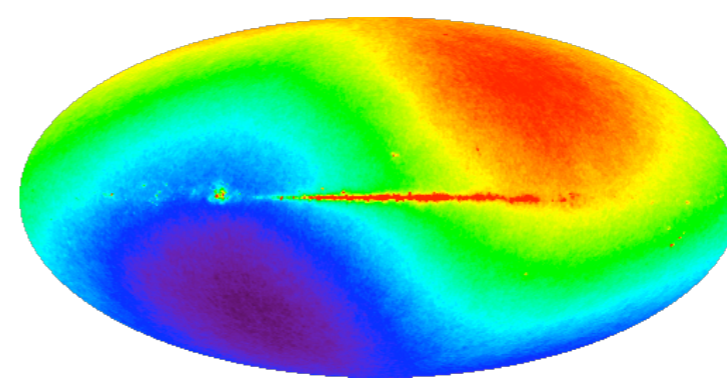
$$\delta T(\theta, \phi) = T_0 \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-1}^{m=1} a_{l,m} Y_{l,m}(\theta, \phi)$$

- wobei die Koeffizienten $|a_{l,m}|$ iA komplexe Zahlen sind. Deren Werte können durch die Beobachtung der CMB bestimmt werden -> durch Messungen von $\delta T/T_0$ in allen Richtungen.
- $l = 1$ ist die Dipolanisotropie (dieser Term wird als Doppler-Effekt interpretiert, der durch unsere Relativbewegung zum Mikrowellenhintergrund verursacht wird)

COBE



WMAP

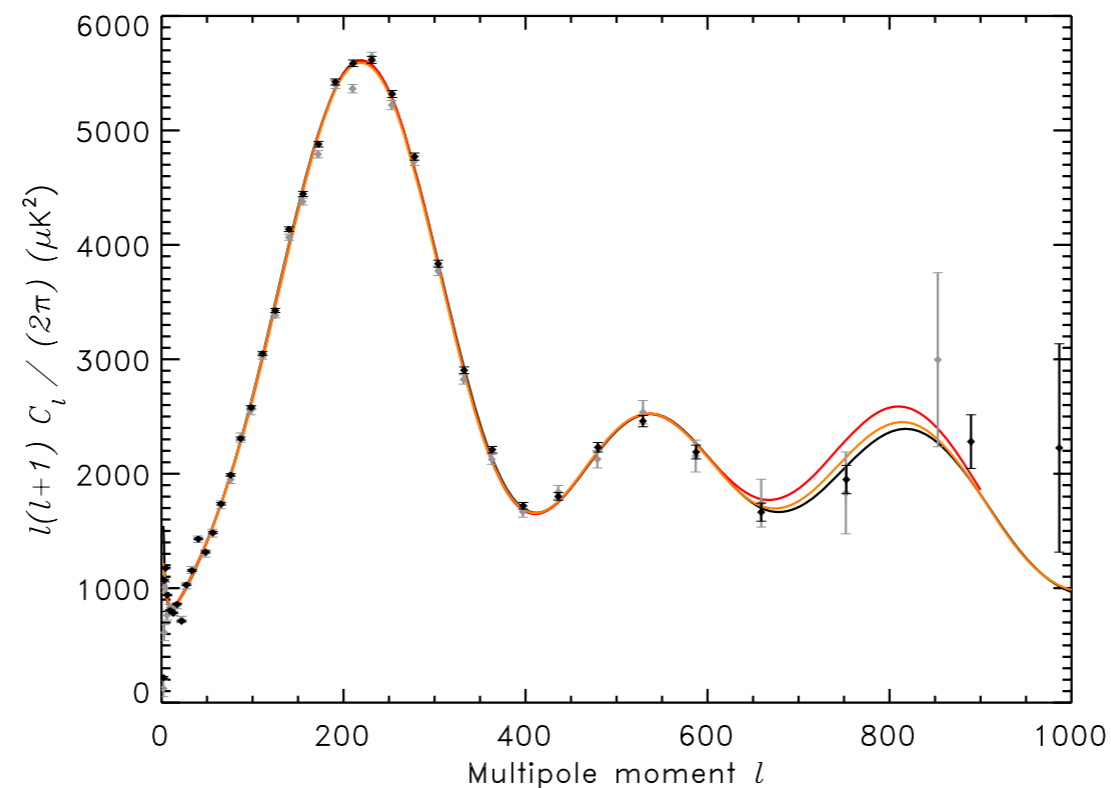


Beschreibung der CMB Anisotropie

- Um den Effekt einer beliebigen Wahl der Richtung $\Phi=0$ zu beseitigen, kann ein Mittelwert über alle $2l+1$ Werte von m genommen werden:

$$C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_{-l}^{+l} |a_{l,m}|^2 = \frac{1}{2l+1} \sum_{-l}^l a_{l,m} a_{l,m}^*$$

- Das Leistungsspektrum der Temperaturfluktuationen wird dann als $l(l+1)C_l/2\pi$ definiert; es beschreibt die Amplitude der Fluktuationen auf einer Winkelskala $\theta \sim \pi/l = 180^\circ/l$.
- Da jeder Term in der Summe ≥ 0 ist, tragen sowohl positive als auch negative T-Fluktuationen zum Leistungsspektrum bei



Beschreibung der CMB Anisotropie

- die Anisotropien werden in 2 Bereichen eingeteilt, entsprechend der Horizontlänge zur Zeit der Entkopplung:

Überhorizontgroße Störungen sind von der während der Entkopplung vorhandene Mikrophysik unabhängig, und spiegeln die primordialen Störungen wider

Subhorizont-Störungen hängen von den Details der physikalischen Bedingungen zur Zeit der Entkopplung ab

- Die charakteristische Längenskala \rightarrow Horizont zur Zeit z_{rec} , dieser nimmt einen Winkel (für kosmologische Modelle mit $\Omega_\Lambda=0$) ein:

$$\theta_{H,rec} \approx \sqrt{\frac{\Omega_m}{z_{rec}}} \sim \frac{\sqrt{\Omega_m}}{30} \sim \sqrt{\Omega_m} 2^\circ$$

- Falls das Universum flach ist ($\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$), ist der Winkel praktisch unabhängig von Ω_Λ :

$$\theta_{H,rec} \approx 1.8^\circ$$

- aus Skalen $\gg \theta_{H,rec}$ dominiert der Sachs-Wolfe Effekt, das CMB Winkelspektrum C_l reflektiert direkt das Fluktuationsspektrum $P(k)$ der Materie

Beschreibung der CMB Anisotropie

- Für das **Harrison-Zeldovich Spektrum** $P(k) \propto k$ erwartet man:

$$l(l+1)C_l \approx \text{const.} \quad \text{für } l \ll \frac{180^\circ}{\theta_{H,rec}} \approx 100$$

- die Amplitude der Fluktuation ergibt direkt $P(k)$

Auf Winkelskalen $< \theta_{H,rec}$ sieht man Fluktuationen, die vor der Rekombination innerhalb des Horizonts waren -> auf diesen Skalen wirken daher physikalische Effekte. Die Flüssigkeit der Baryonen und Photonen ist dominiert von der Energiedichte der Photonen, der Druck verhindert, dass Baryonen in die Potentialtöpfe der dunklen Materie hineinfallen

Jedoch: die Gravitation der dunklen Materie übt Kraft auf Baryonen aus, der Photonendruck bildet eine rücktreibende Kraft -> es bilden sich Oszillationen, Wellen in der Baryonen/Photonen-Flüssigkeit. Da die Energiedichte von Photonen, also von relativistischen Teilchen dominiert wird, ist diese Flüssigkeit relativistisch, und die Schallgeschwindigkeit ist

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3}}$$

-> die größte Wellenlänge, bei der eine Welle eine volle Oszillation bis zur Rekombination durchführen kann:

$$\lambda_{\max} \approx t_{rec} c_s = \frac{r_H(t_{rec})}{\sqrt{3}}$$

dies entspricht einer Winkelskala von $\theta_l \sim 1^\circ$, oder $l \sim 200$ für ein flaches kosmologisches Modell $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$

Beschreibung der CMB Anisotropie

- Diese Oszillationen erzeugen durch den Dopplereffekt und adiabatische Kompression Temperaturfluktuationen, die im Winkelspektrum C_l sichtbar sein sollen
- $l(l+1)C_l$ sollte daher ein Maximum aufweisen bei $l_1 \sim 200$, weitere Maxima erwartet man bei Vielfachen $2l_1+1$ von l_1 - diese Maxima im Winkelspektrum heißen 'acoustic peaks', oder auch 'Doppler peaks'; deren l -Werte und Amplituden sind wichtige kosmologische Diagnostiken aus dem CMB
- Da die Rekombination nicht instantan, sondern über einen endlichen Bereich in der Rotverschiebung z stattfindet, kommen Photonen des CMB aus einer Schale endlicher Dicke zu uns; betrachtet man eine Längenskala, die viel kleiner ist als die Dicke der Schale, befinden sich mehrere Maxima und Minima von T innerhalb dieser Schale entlang einer Sichtlinie
 - > die Temperaturfluktuationen auf diesen kleinen Skalen werden weggemittelt
 - > auf Skalen $\leq 5'$ ($l \geq 2500$) erwartet man daher eine Dämpfung des Winkelspektrums, daher sehr kleine Temperaturfluktuationen auf solchen kleinen Skalen

Ergebnisse der CMB Messungen

- Historisch: Anisotropien des CMB wurden seit der Entdeckung in 1965 gesucht, alle Versuche sind jedoch erstmal fehlgeschlagen
- Hauptschwierigkeit der Messung vom Boden: die Emission der Atmosphäre
- Erste Messungen der CMB Anisotropie mit dem COBE Satelliten 1992; die Winkelauflösung von COBE war etwa 7° , daher Messungen auf $l \leq 20$ beschränkt; COBE hat 4 Jahre gemessen und eine Temperaturkarte des Himmels erstellt. Die wichtigsten Ergebnisse:
 - CMB zeigt Temperaturanisotropie auf einem Niveau $\Delta T/T \sim 2 \times 10^{-5}$
 - Die Winkelabhängigkeit ist verträglich mit $l(1+l)C_l \approx \text{const.}$, daher verträglich mit Harrison-Zeldovich Anfangsspektrum
 - CMB ist der perfektste Schwarzkörper, der je gemessen wurde
- 2006: George Smoot, John Mather, Nobel Preis in Physik



Ergebnisse der CMB Messungen

- Die Messungen von Satelliten werden kaum von der Atmosphäre beeinflusst, aber die Anisotropie der Strahlung ist die Überlagerung der CMB Anisotropie und die Emission galaktischer und extragalaktischer Quellen

→ diese Vordergrund-Emission dominiert in der Nähe der galaktischen Scheibe, und scheint wesentlich schwächer bei höheren galaktischen Breiten

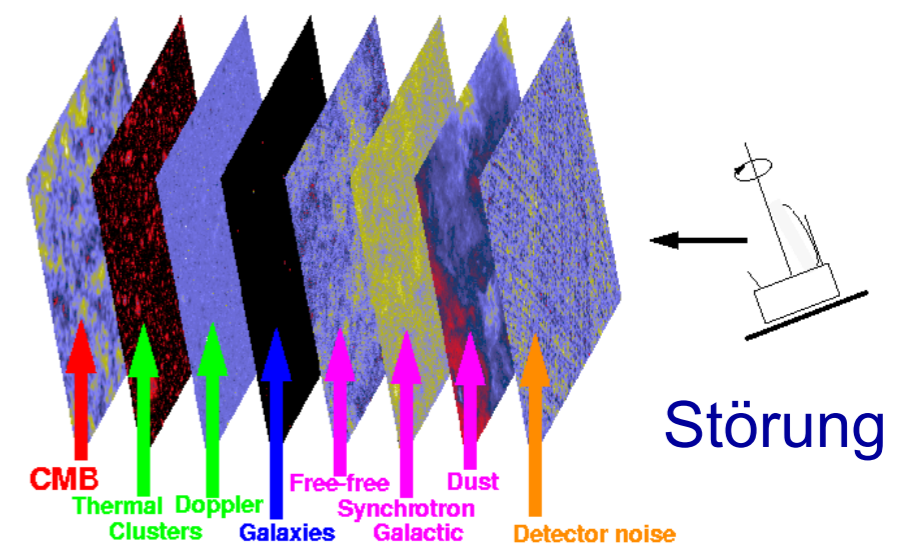
→ die Vordergrund-Strahlung kann von der CMB aufgrund des spektralen Verhaltens unterschieden und subtrahiert werden: der galaktische Vordergrund ist im Wesentlichen Synchrotron Strahlung und thermische Staubstrahlung

→ die erstere hat ein spektralen Verlauf: $I_\nu \propto \nu^{-0.8}$, während Staub sehr viel wärmer als 3K ist, daher im für CMB Messungen interessanten Bereich $I_\nu \propto \nu^2$, entsprechend des Rayleigh-Jeans Bereichs der Planck Formel

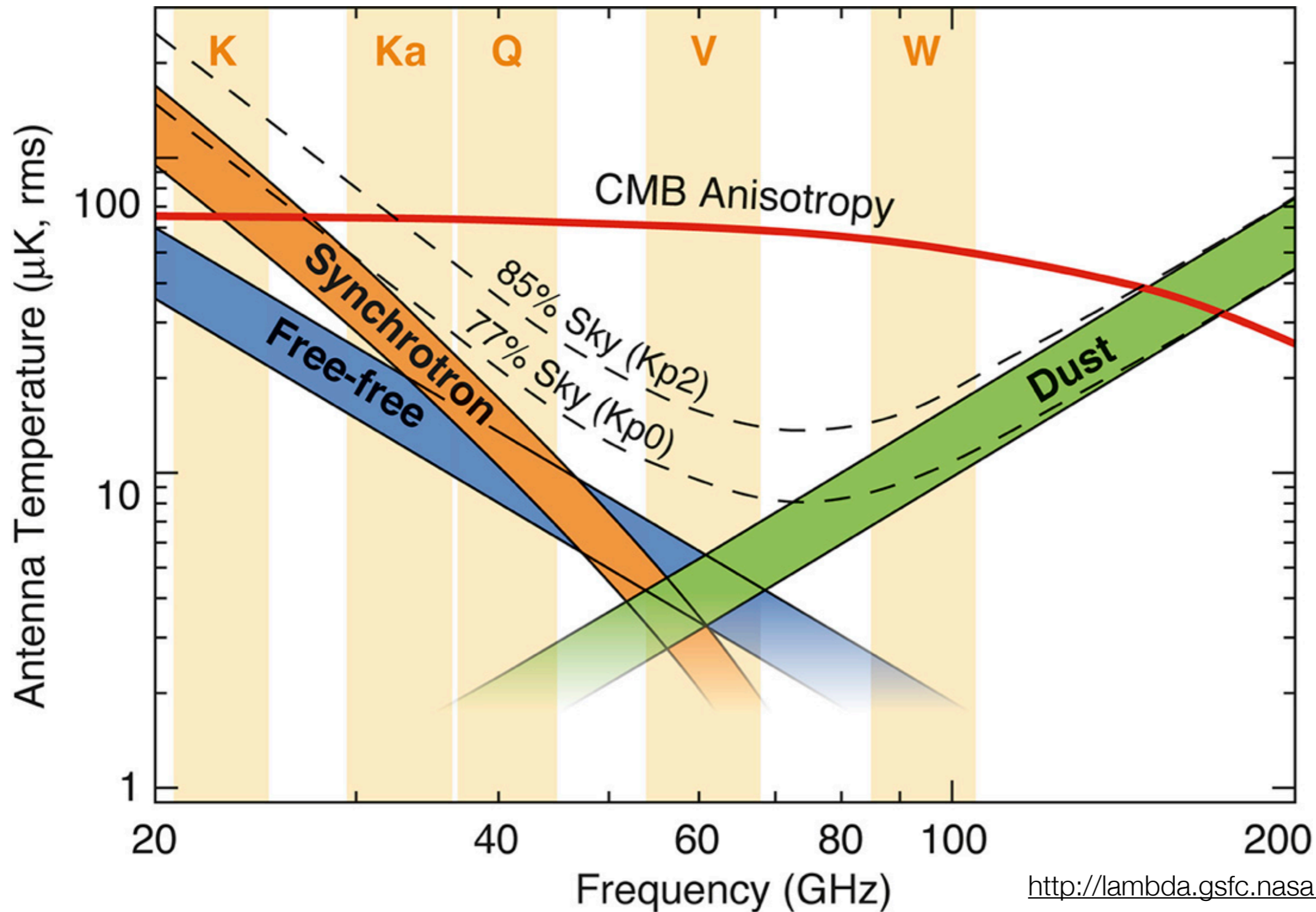
⇒ aus Messungen der Intensitätsverteilung bei mehreren Frequenzen kann man die beiden dominanten Vordergrundstrahlungen eliminieren

⇒ die optimale Frequenz zur Messung der CMB ist also dort, wo die Vordergrund Emission ein Minimum hat,

bei ~ 60 GHz (Bereich, der vom Boden aus sehr schwer zugänglich ist)

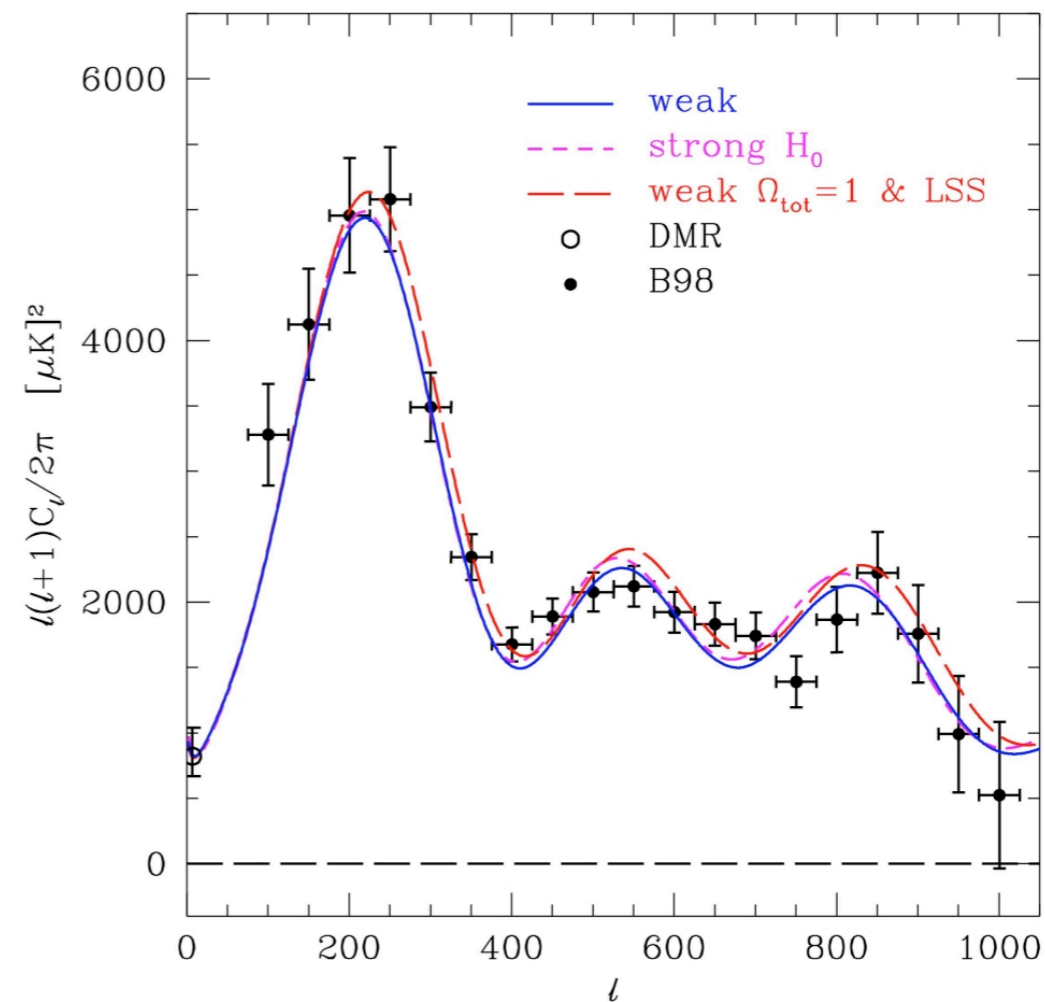
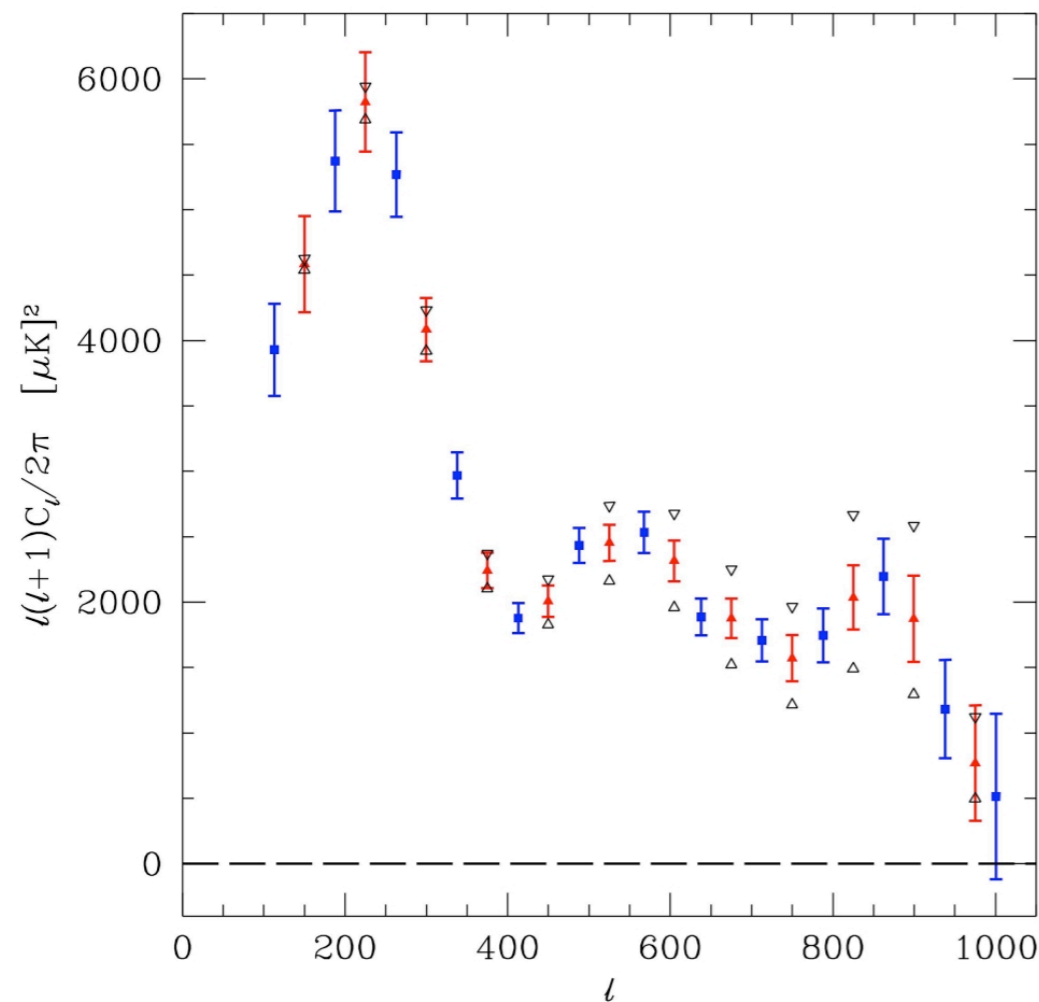


CMB Signal und Untergrund

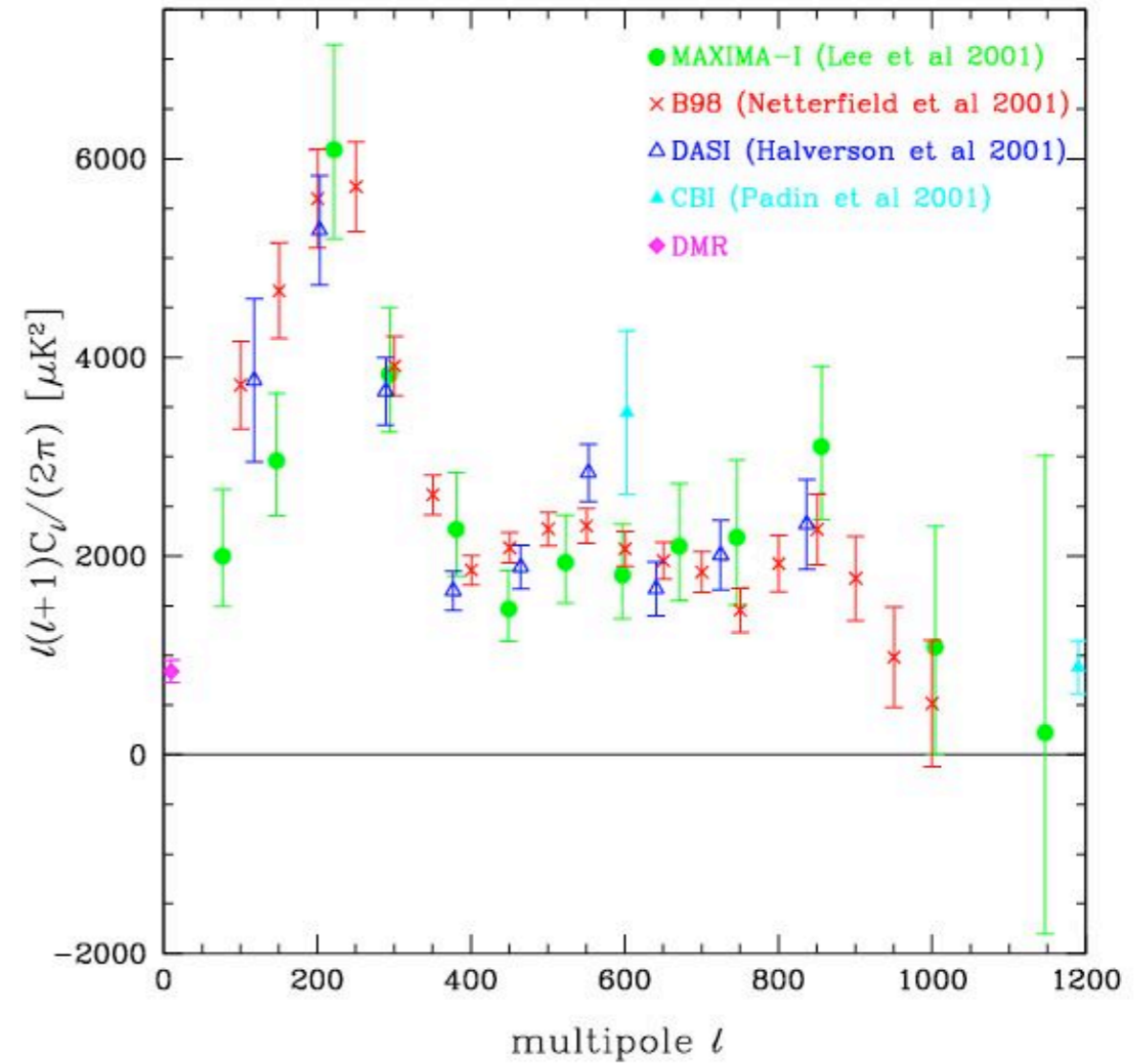
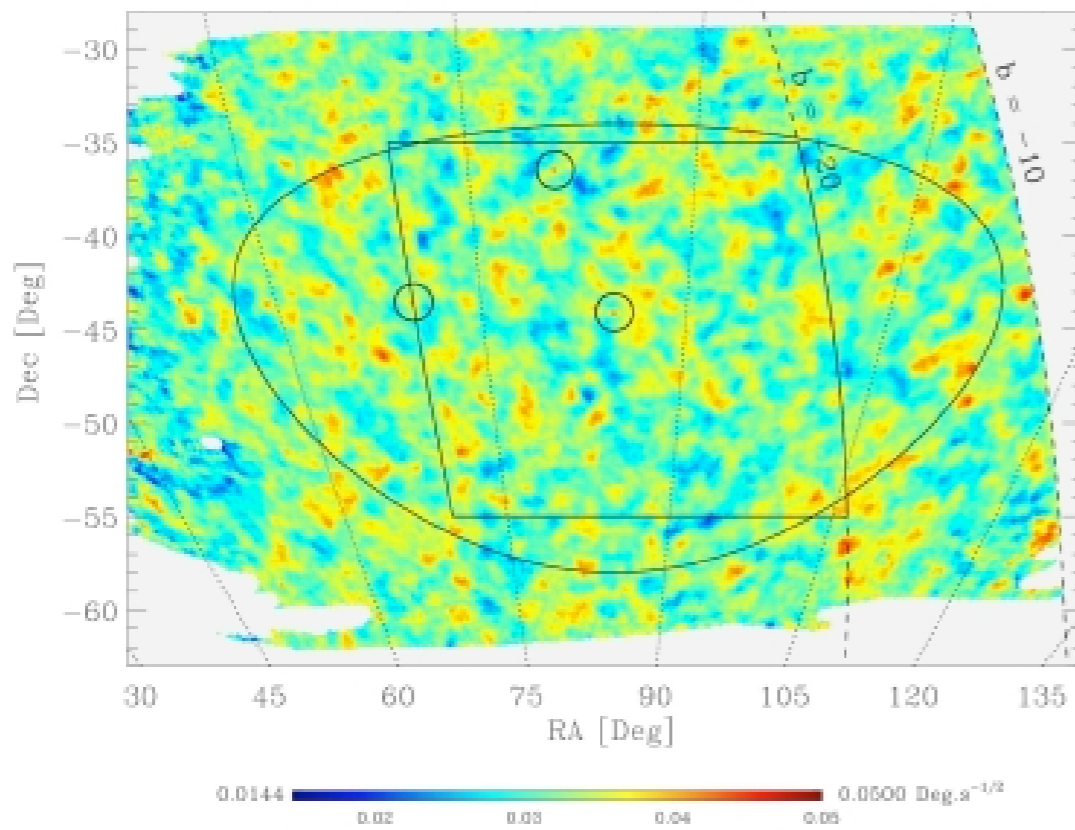


Ergebnisse der CMB Messungen

- Nach COBE: mehrere Messungen der CMB Anisotropie vom Boden aus, auf kleineren Winkelskalen
 - um ~ 1997: immer stärkere Evidenz für die Anwesenheit des ersten Doppler-Peaks
 - März 2000: neue Ergebnisse von 2 Gruppen (Boomerang und Maxima) zur Anisotropie, beide mit Ballon-Experimente -> deutliche Evidenz für den ersten Doppler-Peak und für ein flaches Universum (aus der Lage des Peaks bei $l \approx 200$)
 - April 2001: verfeinerte Messungen von Boomerang, Maxima und DASI: Lage der ersten 3 Doppler Peaks



Boomerang und MAXIMA



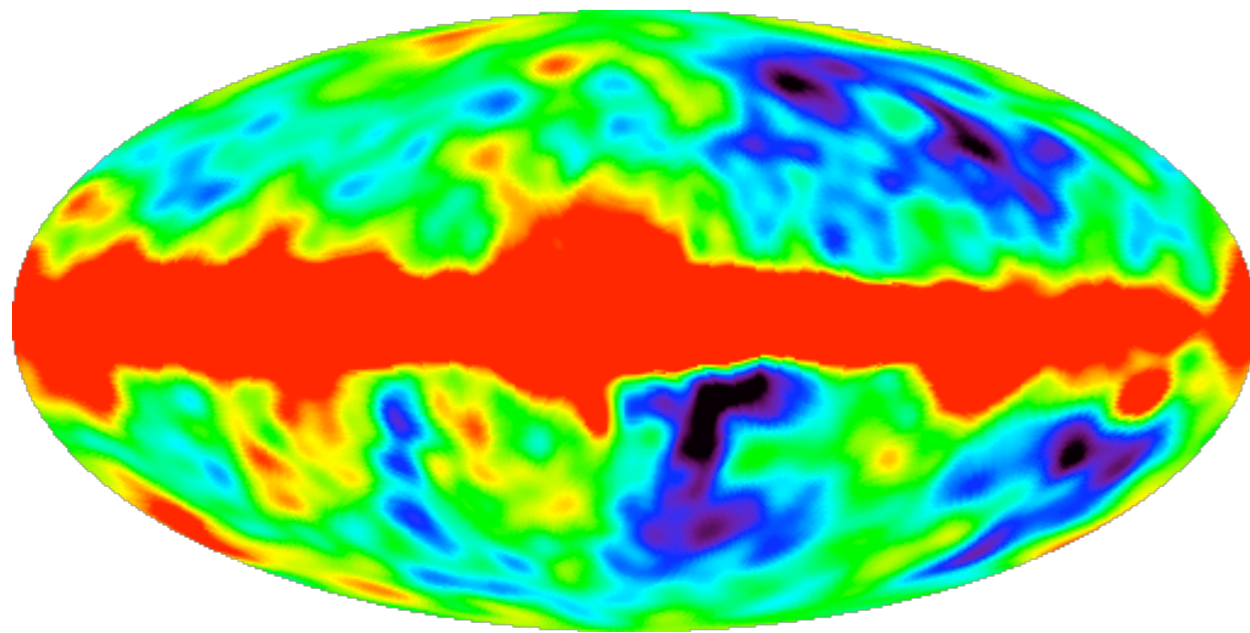
<http://cmb.phys.cwru.edu/boomerang/>



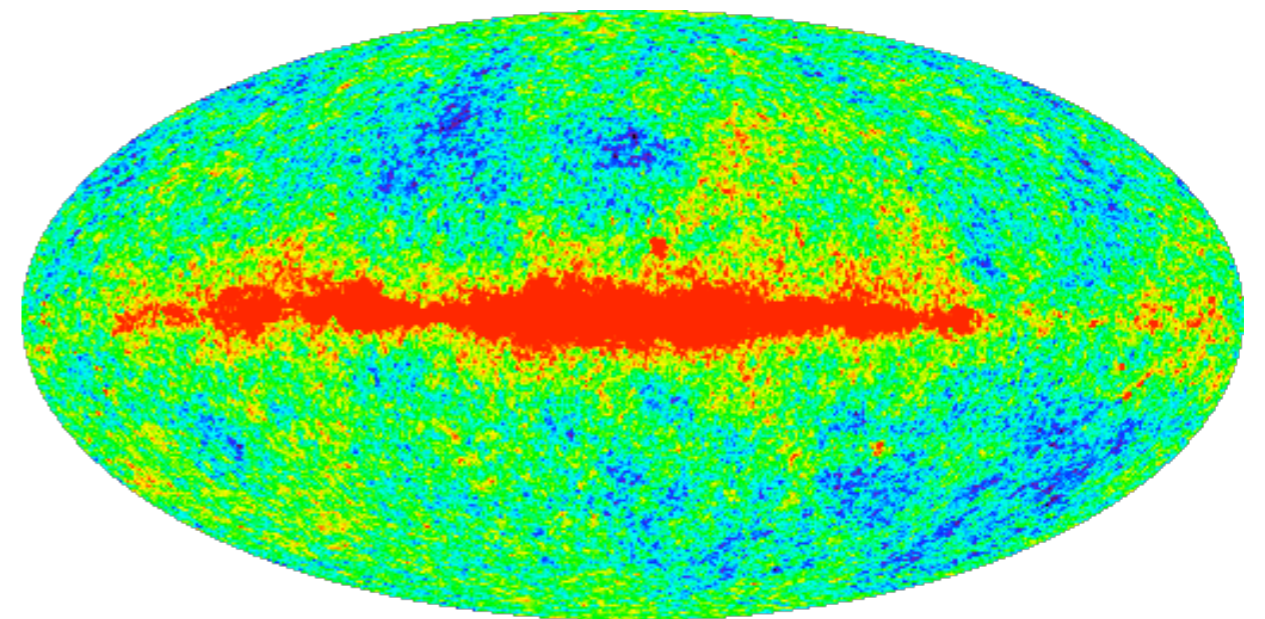
<http://cosmology.berkeley.edu/group/cmb/>

Ergebnisse der CMB Messungen: WMAP

- Juni 2001: der WMAP Satellit wurde gestartet, nach COBE das 2. Experiment, das die CMB am gesamten Himmel vermisst: breiteres Frequenzbereich (5 anstelle von 3 Frequenzen), viel bessere Winkelauflösung (20' gegenüber 7°), plus Messung der Polarisation der CMB
- Ergebnisse der ersten 3 Jahre: im Januar 2007 veröffentlicht
- Mit WMAP: Ära der "Präzisionskosmologie"

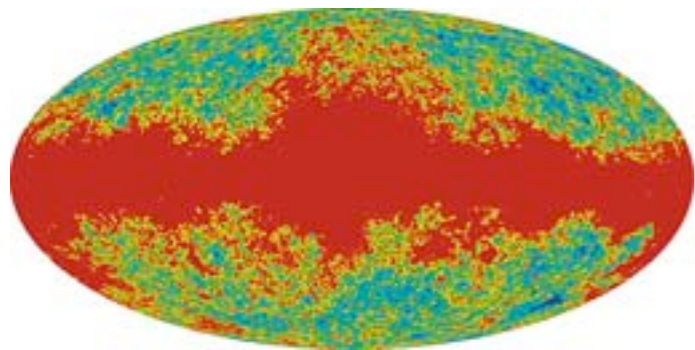


COBE

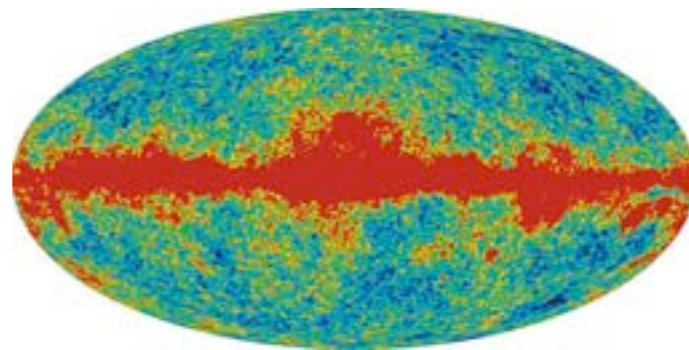


WMAP

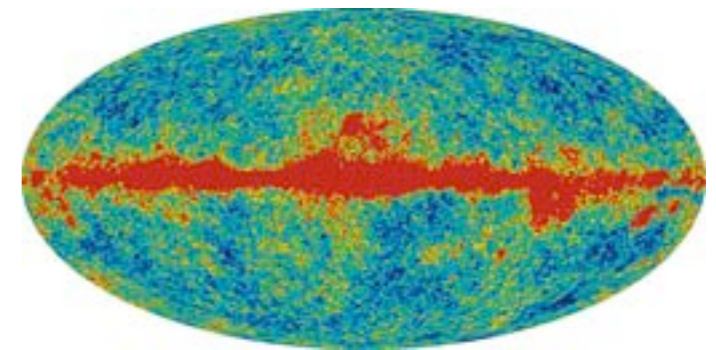
WMAP Karten in 5 Frequenzbänder: 23GHz bis 94 GHz



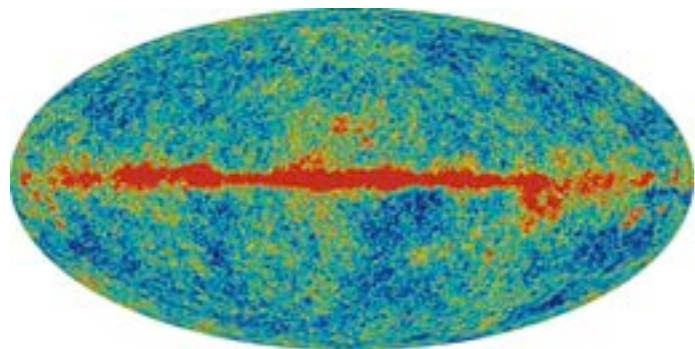
K-Band Map (23 GHz)



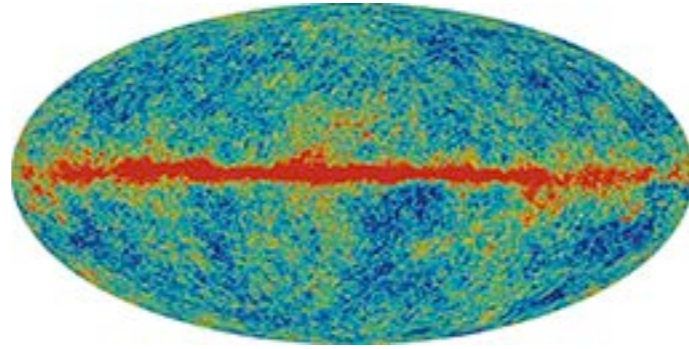
Ka-Band Map (33 GHz)



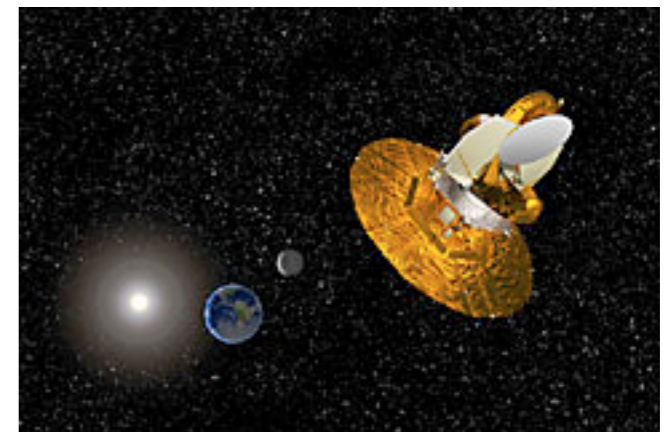
Q-Band Map (41 GHz)



V-Band Map (61 GHz)



W-Band Map (94 GHz)



WMAP Science Team

WMAP: Fluktuationsspektrum

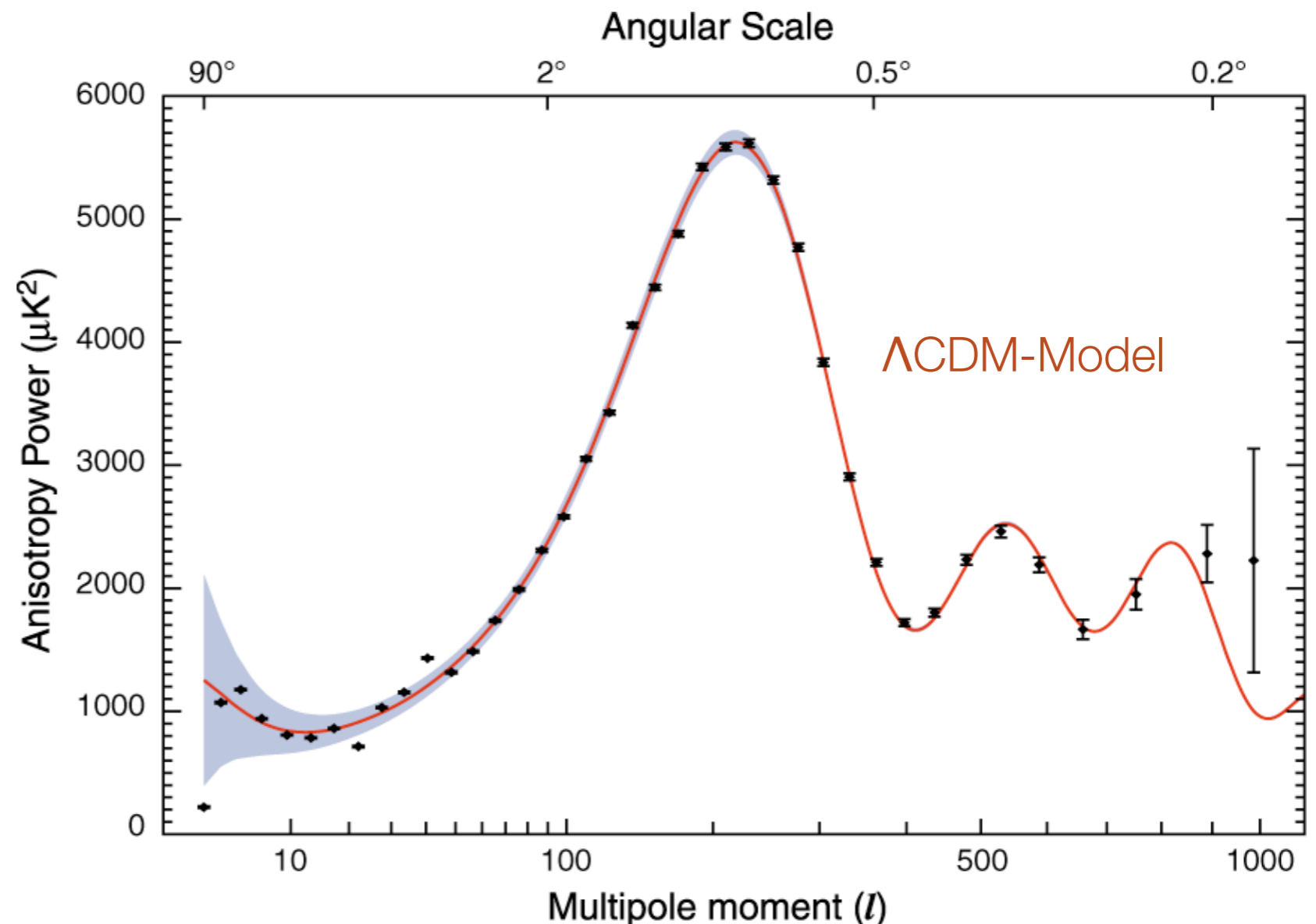
- Fluktuationsspektrum der CMB-Temperatur -> die Fluktuationsamplituden wurden in l-Bins gemittelt
- Durchgezogene Kurve: Erwartung aus dem Λ CDM-Model
- Grauer Bereich: Kosmische Varianz: wir messen keine Erwartungswerte (nur ein Mikrowellenhimmel!) sondern Mittelwerte der einzelnen Komponenten, die zu C_l beitragen (jeweils $2l+1$ Komponenten).

$$\Delta C_l = \frac{C_l}{\sqrt{2l+1}}$$

Statistische Abweichung
des Mittelwerts von C_l vom
Erwartungswert

-> fundamentale Grenze der
statistischen Genauigkeit
-> kosmische Varianz

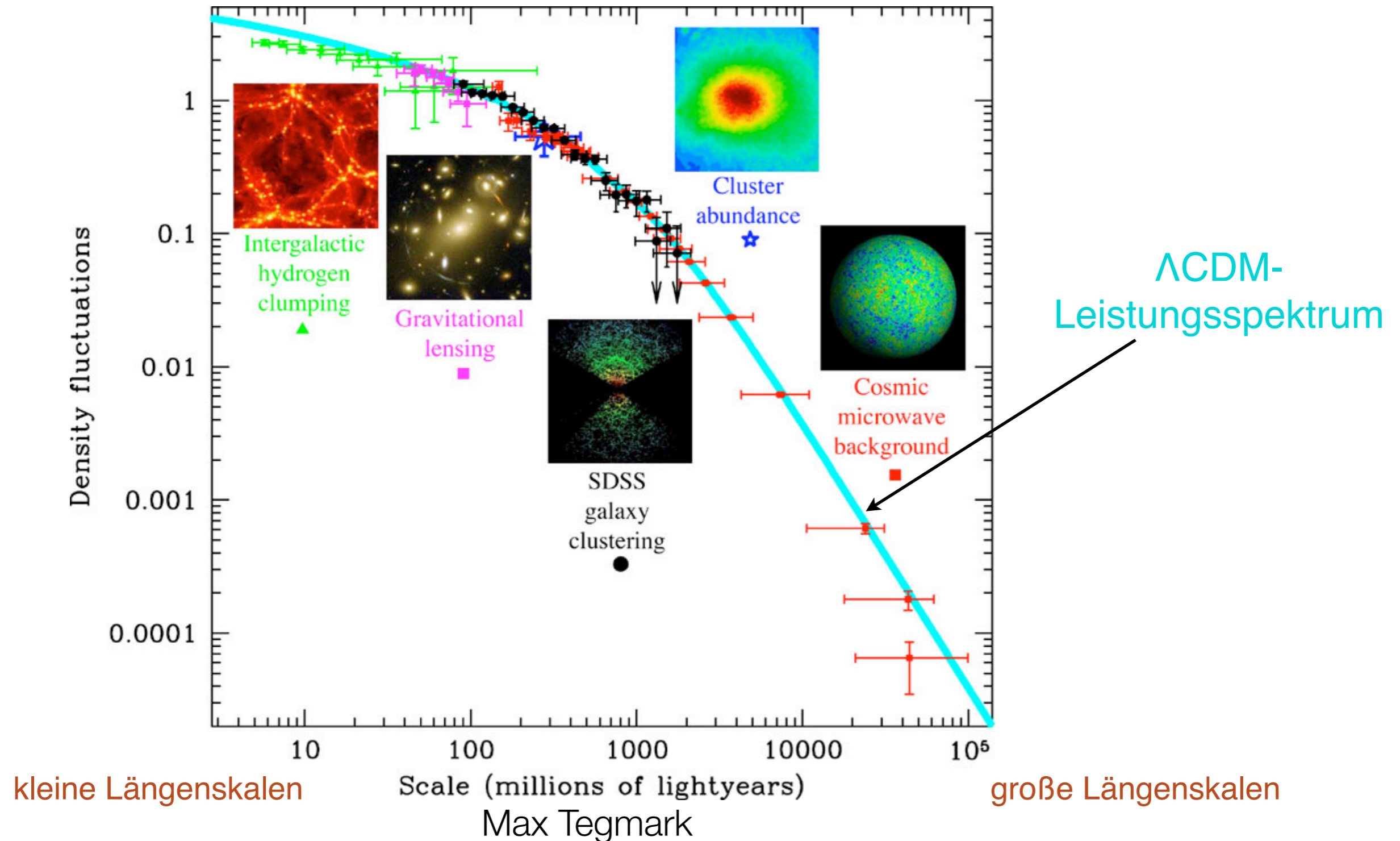
Messgenauigkeit von
WMAP für $l \leq 350$ ist besser
als ΔC_l



Kosmologische Parameter aus WMAP Daten

Alter des Universums:	$T_0 = (13.7 \pm 0.2) \times 10^9$ Jahre
Hubble Parameter:	$h = (0.71 \pm 0.04)$
Gesamtenergiedichte	$\Omega_{\text{tot}} = (1.02 \pm 0.02)$
Materiedichte	$\Omega_m h^2 = (0.135 \pm 0.009)$
Baryonendichte	$\Omega_b h^2 = (0.0224 \pm 0.0009)$
Neutrindichte	$\Omega_\nu h^2 < 0.0076$ (95% CL.)
CMBR Entkopplung	$T_{\text{dec}} = (372 \pm 14) \times 10^3$ Jahre
Baryonen/Photonen	$\eta = (6.5 \pm 0.4) \times 10^{-10}$

Das Leistungsspektrum: Kombination von WMAP und anderen Messungen



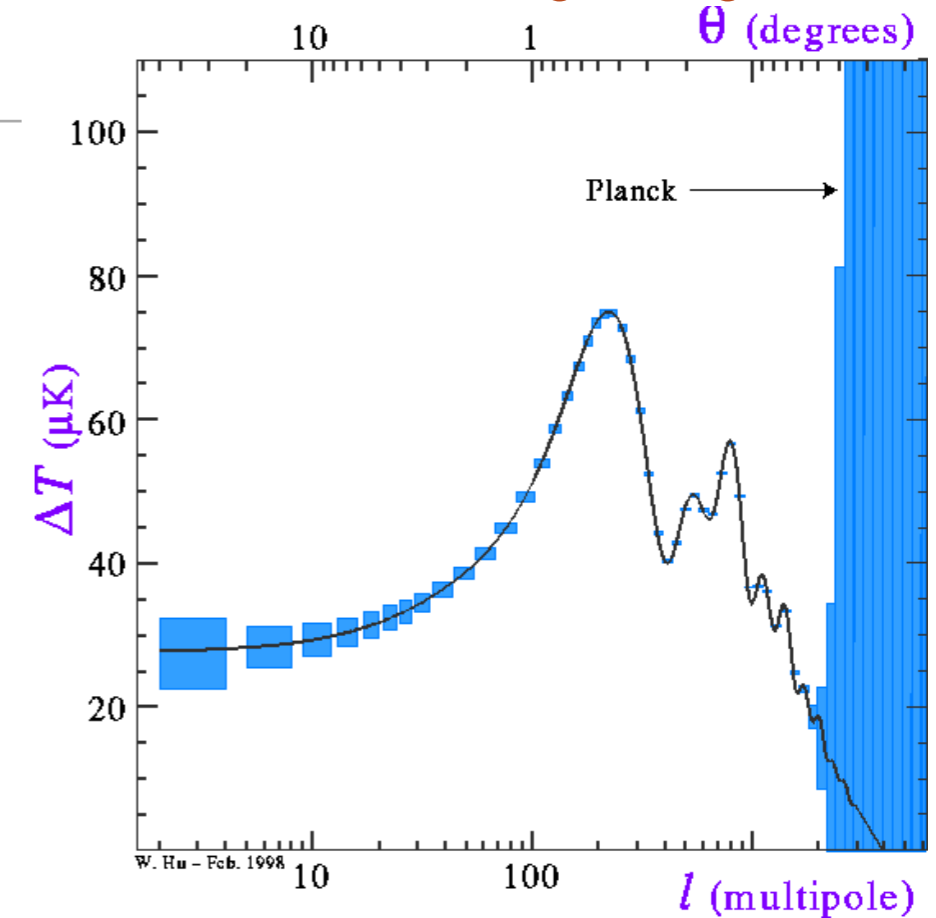
Zukunft der CMB-Messungen

- 31. Juli 2008: ESA Planck Satellit,
- vollständige Himmelskarte der CMB
- Frequenzbereich zwischen 30 GHz und 850 GHz;
- Winkelauflösung $\sim 5'$
- Ziele: CMB, Polarisation,
- 10^4 Galaxienhaufen mittels Sunyaev-Zeldovich Effekt,...



www.rssd.esa.int/Planck/

Erwartete Meßgenauigkeit



Simulation

