

Übungsblatt 11 (Besprechung am 24. Januar 2007)

1. Die interstellare Extinktion in einem Teil des 'North American Nebula' ist 1.1 Magnituden im visuellen Bereich. Die Dicke des Nebels wird auf 20 pc abgeschätzt, seine Entfernung von der Erde auf 700 pc. Nehmen Sie an, dass ein HR-Stern der Spektralklasse B in der Richtung des Nebels beobachtet wird. Die absolute Helligkeit des Sterns ist mit $M_V = -1.1$ mag aus spektroskopischen Messungen bekannt.

a) Was ist die scheinbare visuelle Helligkeit m_V des Sterns, falls der Stern

i) vor dem Nebel liegt?, ii) hinter dem Nebel liegt?

b) wie weit erscheint der Stern, basierend auf seiner scheinbaren Helligkeit aus Punkt (ii) (wenn die Existenz des Nebels jetzt nicht in Betracht gezogen wird)?

c) Was wäre die relative Unsicherheit in der Bestimmung der Entfernung des Sterns, falls man die interstellare Extinktion vernachlässigen würde?

2. Bestimmen Sie die Temperatur eines Staubpartikels, das 100 AE vor einem neuen HR-Stern der Spektralklasse F0 liegt. (Hinweis: nehmen Sie an, dass das Staubpartikel im thermischen Gleichgewicht ist - dh die Menge an absorbierte Energie pro Zeiteinheit ist gleich der Menge an emittierter Energie pro Zeiteinheit. Nehmen Sie weiterhin an, dass das Partikel sphärisch symmetrisch ist und dass es Strahlung als Schwarzkörper emittiert und absorbiert. Die Effektivtemperatur eines Hauptreihensterns der Spektralklasse F0 ist 7300 K, sein Radius ist $1.4 R_{\odot}$).

3. Der Boltzmann-Faktor $\exp[-(E_2-E_1)/k_B T]$ geht in der Bestimmung der relativen Häufigkeiten der Besetzung von Energieniveaus ein (siehe Boltzmann-Gleichung!). Mit Hilfe des Boltzmann-Faktors, bestimmen Sie die erforderliche Temperatur, damit das Proton und Elektron eines H-Atoms aus dem Zustand, in dem die Spins parallel sind, in den Zustand mit antiparallelen Spins übergeht. Sind die Temperaturen von HI-Wolken hoch genug, um diesen niederenergetischen, angeregten Zustand zu produzieren?

4. Schätzen Sie die Anzahl der Zufallskollisionen (pro Kubikmeter und pro Sekunde) von CO und H₂ Molekülen in einer Riesen-Molekülwolke mit einer Temperatur von 15 K und einer Anzahldichte von $n_{H_2} = 10^8 \text{ m}^{-3}$ ab. (Hinweise: 1. Nehmen Sie an, dass die Moleküle sphärisch symmetrisch, mit einem Radius von etwa 0.1 nm sind.

2. Typischerweise gilt $n_{CO} = 10^{-4} n_{H_2}$. 3. Die Anzahl der Kollisionen pro Sekunde zwischen 2 Spezies mit n_X und n_Y ist:

$$r_{XY} = \int_0^{\infty} n_X n_Y \sigma(E) v(E) \frac{n(E)}{n} dE$$

nehmen Sie den geometrischen WQ für $\sigma(E)$ an. Weiterhin, nehmen Sie eine mittlere Geschwindigkeit:

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v(E) \frac{n(E)}{n} dE$$

der Teilchen an).

6. Warum benutzen Astronomen die Isotopomere ^{13}CO und C^{18}O , anstelle des häufigeren CO Moleküls ($^{12}\text{C}^{16}\text{O}$), um tief in eine Riesen-Molekülwolke zu schauen?

7. Die kinetische Rotationsenergie eines Moleküls ist gegeben durch :

$$E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{L^2}{2I}$$

mit L = Drehimpuls, I = Trägheitsmomentum, wobei:

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar, \quad l = 0, 1, 2, \dots$$

a) Für ein di-atomisches Molekül ist

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

m_1 und m_2 sind die Massen der Atome, und r_1, r_2 sind die Abstände vom Schwerpunkt des Moleküls. Zeigen Sie, dass $I = \mu r^2$ geschrieben werden kann; μ ist die reduzierte Masse.

b) Der Abstand zwischen C- und O-Atome im CO-Molekül ist ≈ 0.12 nm, und die Atommassen von ^{12}C , ^{13}C und ^{16}O sind 12.000 u, 13.003 u und 15.995 u. Berechnen Sie die Trägheitsmomente von ^{12}CO und ^{13}CO .

c) Was ist die Wellenlänge eines Photons das bei dem Übergang des ^{12}CO -Moleküls zwischen den Zuständen mit Rotationsdrehimpuls $l = 3$ und $l = 2$ emittiert wird?

d) Wie groß ist diese Wellenlänge für das ^{13}CO -Molekül? Wie können Astronomen zwischen verschiedene Isotope im interstellaren Medium unterscheiden?