

Übungsblatt 12 (Besprechung am 7. Februar 2007)

1. Wie oft ist die Sonne seit ihrer Entstehung um das Galaktische Zentrum rotiert?
2. a) Tragen Sie die Leuchtkraftdichte der dünnen Scheibe als Funktion von z für $R = 8$ kpc auf (h_R ist die Skalenlänge der dünnen Scheibe):

$$L(R, z) = L_0 e^{-R/h_R} \operatorname{sech}^2(z/z_0)$$

$$\operatorname{sech}(z/z_0) = \frac{2}{e^{z/z_0} + e^{-z/z_0}}$$

$$z_0 = 2z_{\text{thin}}$$

$$L_0 \simeq 0.05 L_{\odot} \text{pc}^{-3}$$

- b) Zeigen Sie, dass für $z \gg z_0$ gilt:

$$L(R, z) \simeq 4L_0 e^{-R/h_R} e^{-2z/z_0}$$

und dass somit $z_0 = 2 z_{\text{thin}}$ die effektive Skalenhöhe der Leuchtkraftdichte-Funktion ist.

3. a) Schätzen Sie die Höhe z ober- oder unterhalb der Galaktischen Ebene für M13 ($l=59.0^\circ$, $b = 40.9^\circ$) und für den Orion-Nebel ($l = 209.0^\circ$, $b = -19.4^\circ$) ab. M13 und der Orion-Nebel sind etwa 7 kpc, bzw. 450 pc von der Erde entfernt.

- b) Zu welchen Komponenten der Galaxis gehören diese Objekte an? Begründen Sie ihre Antwort.

- 4) a) Benutzen Sie das dritte Keplersche Gesetz, um eine Beziehung für $\Theta(R)$ zu erhalten unter der Annahme, dass sich die Sonne in einer Keplerschen Bahn um das Galaktische Zentrum bewegt.

- b) Mit dem Ergebnis aus (a) leiten sie eine analytische Beziehung für die Oortschen Konstanten A und B her. Was ist der numerische Wert von A und B unter der Annahme, dass $R_0 = 8.0$ kpc und $\Theta_0 = 220 \text{ km s}^{-1}$?

- c) Stimmen die Ergebnisse aus (b) mit den gemessenen A und B Werten für die Milchstraße überein? Warum, oder warum nicht?

5. a) Zeigen Sie, dass die "rigid body" Rotation in der Nähe des Galaktischen Zentrums mit einer sphärisch-symmetrischen Massenverteilung mit konstanter Dichte konsistent ist.

- b) Ist die Massenverteilung im dunklen Halo

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + (r/a)^2}$$

mit a , ρ_0 konstante Parameter, konsistent mit einer "rigid-body" Rotation in der Nähe des Galaktischen Zentrums? Warum, oder warum nicht?

6. Unter der vereinfachten Annahme, dass die dunkle Materie in der Milchstraße folgende Verteilung hat:

$$\rho(r) = \frac{V^2}{4\pi G r^2}$$

mit $V = \Theta(r)$, schätzen Sie die Massendichte der dunklen Materie in der Sonnenumgebung ab (in kg m^{-3} , $M_\odot \text{pc}^{-3}$ und in $M_\odot \text{AU}^{-3}$). Vergleichen Sie die Antwort mit der stellaren Massendichte in der Sonnenumgebung.

7. a) Unter der Annahme, dass die Dichtefunktion der dunklen Materie (Gleichung für $\rho(r)$ aus Aufgabe 4.b) für jede beliebige Entfernung vom Galaktischen Zentrum gültig ist zeigen Sie, dass die Menge der dunklen Materie innerhalb eines Radius r durch folgende Beziehung gegeben ist:

$$M_r = 4\pi\rho_0 a^2 \left[r - a \tan^{-1} \left(\frac{r}{a} \right) \right]$$

b) Bestimmen Sie ρ_0 (in Einheiten $M_\odot \text{pc}^{-3}$) unter der Annahme, dass eine Masse von $5.4 \times 10^{11} M_\odot$ an dunkler Materie innerhalb von 50 kpc vom Galaktischen Zentrum enthalten ist. Wiederholen Sie die Berechnung mit der Annahme, dass eine Masse von $1.9 \times 10^{12} M_\odot$ an dunkler Materie innerhalb von 230 kpc vom Galaktischen Zentrum enthalten ist. Nehmen Sie an, dass $a = 2.8 \text{ kpc}$.