

Übungsblatt 2 (Besprechung am 8. November)

1. Das Planckstrahlungsspektrum pro Frequenzeinheit ist gegeben durch:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$[B_\nu] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$$

a) Zeigen Sie, dass das äquivalente Strahlungsspektrum pro Wellenlängeinheit durch folgende Beziehung gegeben ist:

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

b) Leiten Sie das Stefan-Boltzmann Gesetz ($F = \sigma T^4$) durch Integration des Planckspektrums über alle Frequenzen - oder Wellenlängen - her. (Beachten Sie den zusätzlichen π -Faktor beim Übergang von Energiefluss pro Raumwinkel zu Gesamtenergiefluss, sd $F = \pi \int B_\nu d\nu = \pi \int B_\lambda d\lambda$). Hinweis: Benutzen Sie die Gleichungen:

$$\int_0^\infty \frac{x^{n-1}}{e^x - 1} dx = \Gamma(n) \left(\frac{1}{1^n} + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \dots \right)$$

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

$$\left(\frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots \right) = \frac{\pi^4}{90}$$

c) Leiten Sie das Wiensche Verschiebungsgesetz her ($T \cdot \lambda_{\max} = 0.29 \text{ cm K}$).

d) Leiten Sie eine Beziehung zwischen der maximalen Frequenz ν_{\max} und der Temperatur her: $\nu_{\max}/T = 5.9 \cdot 10^{10} \text{ Hz K}^{-1}$. Für eine gegebene Temperatur T , stimmt die Photonenergie, die ν_{\max} entspricht mit derjenigen überein, die λ_{\max} entspricht? Sollten diese übereinstimmen? Bitte erklären Sie.

e) Berechnen Sie die Wellenlängen (in nm) der maximalen Emission der Sterne Spica ($T_{\text{eff}} = 25400 \text{ K}$), Vega ($T_{\text{eff}} = 9600 \text{ K}$) und UU Aur ($T_{\text{eff}} = 2500 \text{ K}$). In welchem Bereich des

elektromagnetischen Spektrums (IR, UV, sichtbar, etc) befinden sich diese Emissionsmaxima?

2. Zeigen Sie, dass in einem isotropen Strahlungsfeld $F_v = 0$.

3. Die Solarkonstante F_o ist definiert als der gesamte, über alle Frequenzen integrierte Strahlungsstrom der Sonnenstrahlung, den man in der mittleren Erdentfernung $1\text{AE} = 1.496 \times 10^{13} \text{ cm}$ misst: $F_o = L_o / 4\pi r^2 = 1.360 \times 10^6 \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} = 1.360 \text{ kW m}^{-2}$. In welcher Entfernung von einer 100-Watt Glühbirne ist der Strahlungsstrom gleich der Solarkonstante?